

「熱回路網法の伝熱モデル」

「電子回路の熱解析」(p. 25)に記載

基盤技術研究所 電子技術研究室 河野智行
 基盤技術研究所 電子技術研究室 関根信之
 基盤技術研究所 電子技術研究室 伊藤賢佑
 KYB技報編集委員 梶澤亮一

1 はじめに

本解説では熱設計手法の1つである熱回路網法の伝熱モデルについて説明します。熱回路網法とは、熱伝導と電気伝導の類似性に着目して、表1に示すように伝熱経路を熱抵抗と熱容量で構成される熱回路に置き換えて、温度や熱流量を算出して熱設計を行う手法です。

表1 伝導物理量の対応関係

熱	単位	電気	単位
温度	K	→ 電圧	V
熱流量	W(=J/s)	→ 電流	A
熱抵抗	K/W	→ 抵抗	$\Omega(=V/A)$
熱容量	J/K	→ 容量	$F(=A \cdot s/V)$

熱の移動形態は三種類あり、固体内の移動を「熱伝導」、電磁波による移動を「熱放射」、固体から流体への移動を「熱伝達(対流)」といいます。熱自体は分子や原子の運動エネルギーであるため、熱の伝わり方のモデルを作るためには、電子部品の材料を知り、原子/電子のスケールで熱の物理的な振る舞いを把握する必要があります。一方で製品設計に必要なのは厳密な物性理論に基づいた正確なモデルではなく、発熱温度を概算するための簡略化したモデルで十分です。材料と形状を考慮した適切な回路モデルを作成すれば、電子回路シミュレータを使って短時間で発熱温度を計算することができます。実際の温度に近い結果を得るために、回路モデルをどう構築するかがノウハウとなります。以下の解説では、可能な限り正確な表現を心掛けていますが、モデルとしての分かり易さをより優先しています。

2 温度と原子の運動と熱容量

温度 T の気体の中の1個の原子の運動エネルギー E は質量を m 、平均の速さ v とするとエネルギー等分配の法則により式(1)で表されます。

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \quad (1)$$

k はボルツマン定数と呼ばれる物理定数で値は $1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$ です。室温(26.85°C)のときの原子1個が持つエネルギーは $T=300\text{K}$ として式(2)の値になります。

$$E = \frac{3}{2}kT = 6.21 \times 10^{-21} \quad (2)$$

例えば銅の場合、原子の質量 m は $1.06 \times 10^{-25} \text{kg}$ なので、式(2)のエネルギー値から、原子の平均の速さ v は式(3)に示す342m/sになります。

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 342 \quad (3)$$

次に室温における10円玉を考えます(図1)。構成している銅原子は式(3)で示す平均の速さに相当する運動エネルギーをもっていますが、隣接している銅原子と金属結合で拘束されているため、原子は限られた範囲で振動するようになります。このとき10円玉には温度に比例した運動エネルギーが蓄積されていると考えることができます。これは熱を蓄える容量のような働きをします。各原子の運動エネルギーの合計 U は温度 T に比例し式(4)で表せます。比例係数 C は熱容量で物体の温度を1K上昇させるのに必要な熱量と定義されます。単位は[J/K]です。

$$U = CT \quad (4)$$

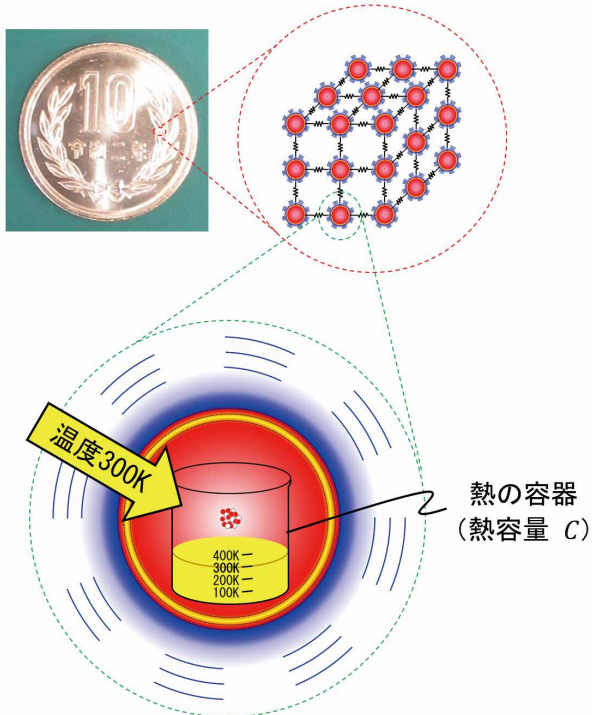


図1 10円玉を構成する銅原子の運動

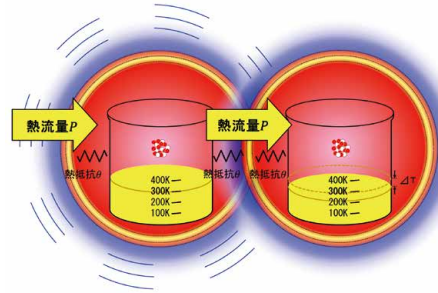


図3 原子の中心からの距離と働く力

引力と斥力でエネルギーを徐々に伝えるために伝搬には時間差が生じます。これは熱の伝導を妨げる働きをします。これを熱抵抗 θ と置くと、熱流量 P とそれによる温度変化 ΔT の関係は式(5)で表すことができます。

$$\Delta T = \theta P \quad (5)$$

この関係を電気回路に置き換えると先の静電容量と併せて図4のような多段のフィルタ回路になります。

3 原子同士の振動と熱抵抗

次に固体の原子同士をつなぎ合わせる力を考えます(図2)。

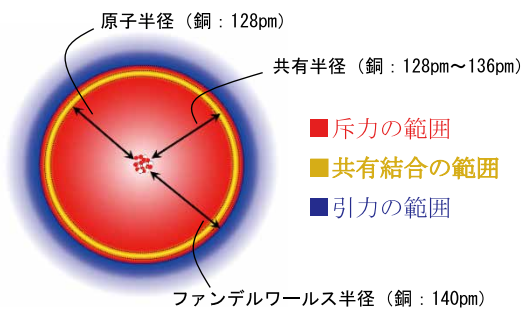


図2 原子の中心からの距離と働く力

原子同士(ここではイオンは除外します)が、ある程度離れていると引力(ファンデルワールス力)が働きます。ここから原子に近づいていくと、引力から斥力に代わる距離(ファンデルワールス距離)があり、更に近づくと、お互いの電子を共有して、原子同士を一定の距離に保つ共有結合距離になります。更に近づけようとするとうる剛体のように強力に反発する原子半径に至ります。この原子間に働く力により隣接する原子同士で振動エネルギーを伝えます(図3)。

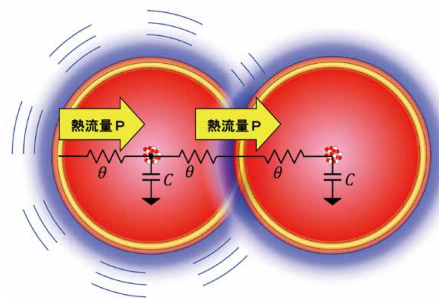


図4 原子の熱伝導モデル

原子2個のモデルから更に原子数を増やしたときに、伝熱量 P が隣接する原子に順々に伝わるイメージを図5に示します。

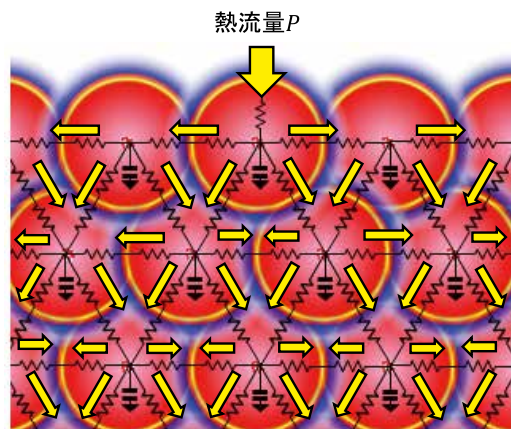


図5 複数の原子の熱伝搬モデル

4 固体の熱伝導のモデル化

固体の熱伝導モデルは、原子に相当するモデルをつなぎ合わせればできあがりますが、これでは計算負荷が大きいので、同様な振る舞いをするモデルに変形します。

図6はその一例で、原子は熱流量Pを受け取ると、隣の原子に熱を伝えます。これはバケツリレーのような動作で、原子1個を熱回路に置き換えるとT型ローパスフィルタ(LPF)で置き換えられます。これが複数つなぎ合わさって、熱回路網ができあがります。

熱流量Pを受け取る最初の抵抗は、最初の原子の温度 T_1 から計算すると省略することができます。また原子同士をつないでいる2つの抵抗を1つにまとめることができます。

更にn段ある原子のLPFは、条件が整うと1次のLPFで近似することができます。

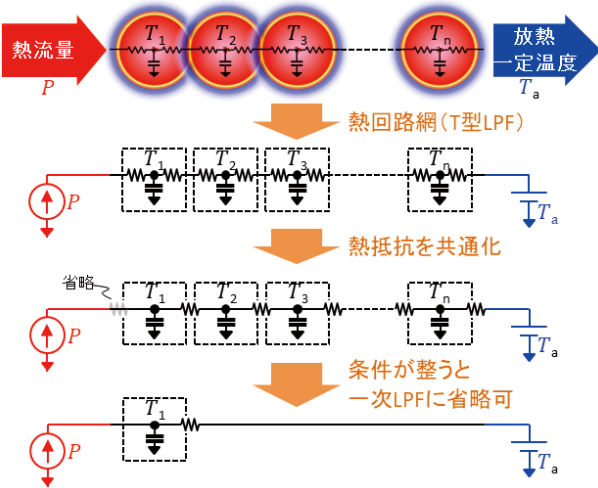


図6 固体の熱伝導モデルの簡略化

入力側の熱流量をP、温度を T_1 、出力側の温度が T_a のとき、式(6)で示す抵抗 θ と容量Cで構成される1次LPFが得られます。

$$\frac{T_1 - T_a}{P} = \frac{1}{sC + \frac{1}{sC\theta + 1}} = \frac{\theta}{sC\theta + 1} \quad (6)$$

定常状態 ($s \rightarrow 0$) では熱容量Cの影響は無視でき、式(7)として計算が可能です。

$$T_1 - T_a = \theta P \quad (7)$$

構成要素の材料や形状から適切な次数のLPFに置き換えるところがノウハウとなります。

5 自由電子の熱伝導モデル

固体の熱伝導は格子振動による伝搬のほか、金属では自由電子の働きが加わります。金属は放熱板や基板など放熱材としてよく使用されますので、熱伝導モデルとしては欠かせない要素です。

図7に示す、断面積S、長さl、熱伝導率 λ の四角柱の金属の両端の熱抵抗 θ は式(8)で定義されます。また、温度変化は熱抵抗と熱流量Pから式(9)で表されます。

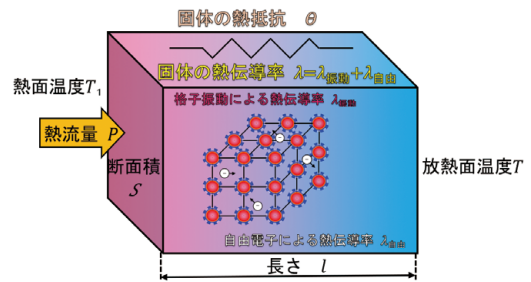


図7 金属の熱伝導モデル

$$\theta = \frac{l}{S\lambda} \quad (8)$$

$$T_1 - T_a = \theta P = \frac{l}{S\lambda} P \quad (9)$$

金属の電気伝導率と熱伝導率は図8に示す通り相関係数99.6%と関係が深く、ウィーデマン・フランツの法則として知られています。これは金属の熱伝導における自由電子の寄与率の高さを示しています。

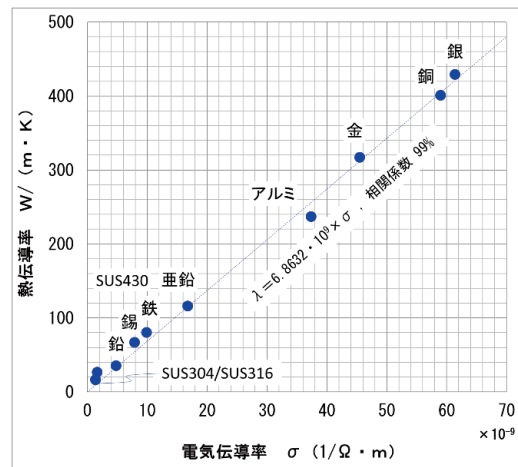


図8 金属の熱伝導率と電気伝導率の関係

6 熱放射のモデル化

熱放射は物体から熱エネルギーが電磁波として放出される現象で、シュテファン=ボルツマンの法則により温度の四乗に比例した熱流量が放出されます。固体の表面で発生するため大気と接している面では重要な放熱形態です。

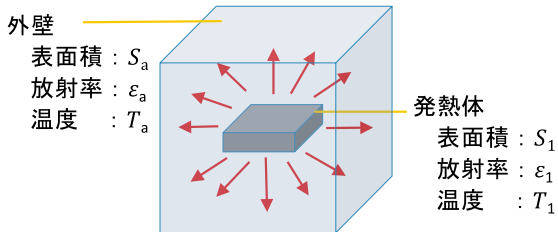


図9 熱放射のイメージ

図9に示すように表面積 S_1 、表面温度 T_1 、放射率 ϵ_1 の部品から表面積 S_a 、温度 T_a 、放射率 ϵ_a の外壁の周囲大気に放射される熱流量は式(10)になります。放射率 ϵ_1 および ϵ_a は0から1の範囲の補正係数で、固体表面の材料や表面の粗さ等により決まります。 σ はシュテファン=ボルツマン定数で値は $5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ です。 $S_a \gg S_1$ の時、すなわち遠方へ熱が伝わっていく場合は式(11)に近似することができ、個体の表面温度は式(12)になります。

この関係を電気回路に置き換えると図10のように定電圧源と抵抗で表せます。

$$P = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{S_1}{S_a} \left(\frac{1}{\epsilon_a} - 1 \right)} S_1 (T_1^4 - T_a^4) \quad (10)$$

$$P = \epsilon_1 \sigma S_1 (T_1^4 - T_a^4) \quad (11)$$

$$T_1 - T_a = \theta P = \frac{1}{\epsilon_1 \sigma S_1 (T_1^2 + T_a^2) (T_1 + T_a)} P \quad (12)$$

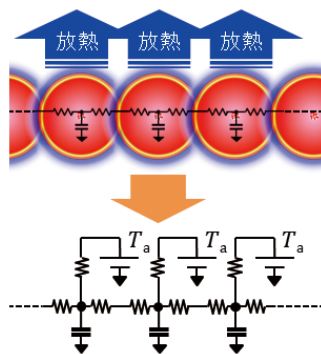


図10 熱放射・熱伝達モデル

7 熱伝達（対流）のモデル化

熱伝達は温度の高い部分から低い部分へ熱が移動する現象で、発熱した電子部品の冷却のため大気に熱を逃がす際の放熱形態です。

電子部品は固体が多いため、固体と気体の熱伝達を考えます。発熱した固体表面は原子が熱的振動をしていますので、ここに気体が触れると熱的振動を受け取り気体の温度が上がります。そしてエネルギーを渡した固体表面は熱的振動が減り温度下がります。これを多くの分子で繰り返すことで冷却します(図11)。

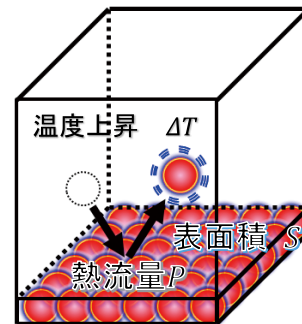


図11 熱伝達のイメージ

個体の表面温度 T_1 、周囲大気温度を T_a 、固体の表面積 S 、熱伝達率を h と置くと、熱流量は式(13)に示すニュートンの冷却測により、式(14)の関係で表されます。

$$P = hS(T_1 - T_a) \quad (13)$$

$$T_1 - T_a = \theta P = \frac{1}{hS} P \quad (14)$$

熱伝達率は固体表面と大気間の温度差が1Kの時に、単位時間、単位面積あたり移動する熱量です。5~10W/(K・m²)の実用値が一般的に用いられますが、密閉空間においては、これ以下の値を用いることもあります。

熱伝導モデルは、熱放射と同じ図10に示す定電圧源と抵抗に置き換えられます。

参考文献

- 久保田浪之介：「伝熱学」基礎のきそ，日刊工業新聞社，(2009年)
- 谷下市松：大学演習 工業熱力学，裳華房，(1968年)
- 国峰尚樹：エレクトロニクスのための熱設計完全入門，日刊工業新聞社，(1997年)