

車載用電動アクチュエータの制御技術

Control Technologies for In-Vehicle Electric Actuators

松本大輔・榎本大助・見上一憲・福士翔
MATSUMOTO Daisuke・ENOMOTO Daisuke・KENJO Kazunori・FUKUSHI Natsuru

要 旨

カヤバは電動パワーステアリング (Electric Power Steering以下, EPS) をはじめ, 各種車載用アクチュエータの開発, 生産を行っている^{1),2)}. アクチュエータの制御仕様 (制御の目的や手法など) は, その機能によって異なるが, システムが安定に動作し, 求められる機能・性能を満足することは共通の課題である. また, アクチュエータの制御では, 制御システムの安定性は制御補償器 (以下, 補償器) の特性に依存しており, 補償器の設計次第で制御システムが不安定となる (出力が発振あるいは発散する) 場合がある. このため, 制御対象であるアクチュエータの特性をとらえた上で補償器を設計する必要がある.

本報では, パワースポーツ車両向けEPS¹⁾の操舵アシスト制御と, 将来の自動操舵への応用を見据えた舵角制御の補償器設計手法とその実装方法について解説する. また, 今後の展望についても述べる.

Abstract

KYB develops and manufactures various in-vehicle actuators including electric power steering (EPS). The control specifications of the actuator differ depending on the function, but it is a common issue to achieve a system that operates stably and satisfies the required functions and performance. In addition, when controlling the actuator, the control system may become unstable depending on the design of the control compensator, so it is necessary to design the compensator after grasping the characteristics of the actuator to be controlled.

In this report, we explain the compensator design method for the steering assist control of EPS for all terrain vehicles and utility task vehicles and for steering angle control with an eye toward future application in automatic steering, as well as the implementation method of this design method. This report also describes the future outlook.

1 緒言

乗用車向けEPSと比較してパワースポーツ車両, 特にオフロード車向けEPSでは, より高応答な操舵アシスト性能とキックバック抑制性能が求められる. これらの要求性能を満足するためには, EPSを構成するハードウェア (後述のモータとその駆動回路, ギヤASSYなど) が適切に設計されていることが前提となる. また, ソフトウェア (適切な制御手法) によってハードウェアの能力を最大限に引き出す必要がある. 具体的には操舵アシスト性能, キックバック抑制性能が求められる周波数領域において, 制御

システムの開ループゲイン (一巡伝達関数のゲイン) をできるだけ大きく設定しなければならない. しかし, 単に開ループゲインを大きくするだけでは, ゲイン余裕, 位相余裕 (以下, 安定余裕) が低下し, 場合によっては制御システムが不安定になってしまうため, 注意が必要である. 開ループゲインを大きくしながら安定余裕を確保 (以下, 安定化) する手法として, 位相補償器^{注1)}が利用されてきた. この手法による安定化は制御システムの一巡伝達関数の周波数特性のゲインと位相の情報 (ノンパラメトリックモデルと呼ばれる) に着目して位相補償器を設計するものである. 位相補償器の実装は比較的容

易である一方、設計者が周波数特性を確認しながら試行錯誤して設計パラメータを調整する必要がある。そのため、設計にはある程度経験やコツが必要である。後述のように開発の各段階において、補償器の再設計を行うことが想定されるため、開発効率向上の観点から補償器の設計から実装までの処理をある程度自動的に行えることが望ましい。しかし、従来の手法では、設計ツールの自動化に難点があると考えられる。

注1) 制御システムにおける補償器とは、制御システム
の特性を望ましいものにするための制御入力を生成
する演算器である。位相補償器は制御システムの一
巡伝達関数のゲインと位相に着目して設計される。

一方、 H_{∞} 制御理論に代表されるロバスト制御理論は、制御対象の伝達関数や状態方程式（パラメトリックモデルと呼ばれる）を利用し、制御システムの望ましい特性（目標値応答性、外乱抑制性）から逆算的に補償器を設計する手法である。これらの手法では、制御対象、制御システム、外乱などをパラメトリックモデルで表して各種方程式を解くことによって補償器が算出される。このため、設計ツールの自動化が比較的容易であり、より効率的に補償器を設計できるという利点がある。パワースポーツ車両市場特有の開発スピードに対応していくためにはこのような設計手法が有効であると考えられる。

一般にロバスト制御理論による補償器設計では、位相補償器に比べて補償器が複雑になる（次数が増加する）傾向がある。しかし、近年、FPU（Floating Point Unit：浮動小数点演算処理装置）を搭載した車載用マイコンが採用され、比較的高次の補償器の実装が可能になってきている。

本報では、ロバスト制御の基礎理論の一つである「安定化補償器のパラメータ表示³⁾」に基づいて、EPSの操舵アシスト制御補償器、舵角制御補償器を設計する方法について解説する。

2 EPSシステム

2.1 EPSシステムの構成

パワースポーツ車両向けEPSの構成を図1に示す。

図中の「機電一体型ブラシレスモータ」（以下、パワーパック）はその名の通りコントローラを一体化させたブラシレスモータ（以下、モータ）であり、操舵アシスト制御を含むすべての制御演算が本コンポーネントで行われる。

「TAS (Torque Angle Sensor)」は運転者がハンドルを操舵したときのトルクやハンドル側の角度を検出するコンポーネントである。後述のように操舵

アシスト制御ではTASで検出したトルクを利用する。また、舵角制御ではTASで検出した角度によりモータ回転角から算出する舵角の原点設定を行う。

「ギヤASSY」はモータが発生したトルクをウォーム減速機によって増幅し、ラック&ピニオンによって回転運動を直線運動に変換する機構を有する。運転者の操舵トルクとモータが発生する操舵アシストトルクを、車両が曲がるための力として車両のタイヤに伝達するコンポーネントである。

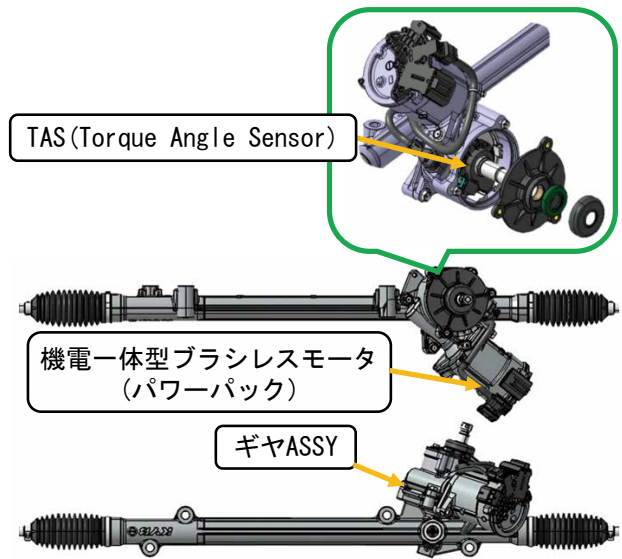


図1 パワースポーツ車両向けEPSの構成

2.2 EPSシステムのブロック図

EPSシステムのブロック図を図2に示す。

コントローラは、主な機能として、①CPUや駆動回路、各種センサなどの異常を監視してフェールセーフ処理を行うコントローラ管理機能、②車両や他のサブシステムと通信を行うCAN通信機能、③モータのベクトル制御や操舵アシスト制御、舵角制御を行う各種制御機能を有する。

次章では操舵アシスト制御、舵角制御に焦点を当ててこれらの補償器を設計する方法について述べる。

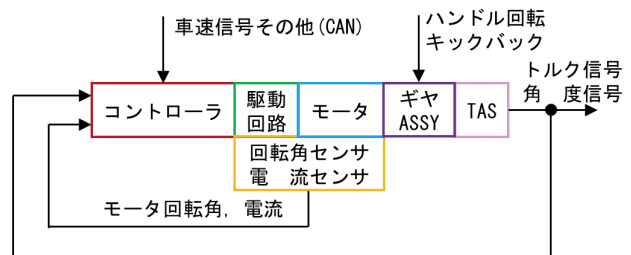


図2 EPSシステムのブロック図

3 補償器設計の概要

3.1 制御システムの構成

操舵アシスト制御あるいは舵角制御に焦点を当てた場合の制御システム（制御対象+補償器）の概略を図3に示す。

本制御システムの制御入力にはモータ電流指令、制御出力はTASのトルクまたは舵角（舵角はモータ回転角から算出される）である。また、負荷トルクはギヤASSYを介してモータに伝達する運転者の操舵やキックバック、ギヤASSYの摩擦トルクに起因するトルクである。

図中の赤破線で囲った部分が制御対象である。制御対象は、モータや駆動回路、コントローラ、ギヤASSYなどのハードウェアと、モータのベクトル制御や舵角演算などのソフトウェアが混在したシステムである。

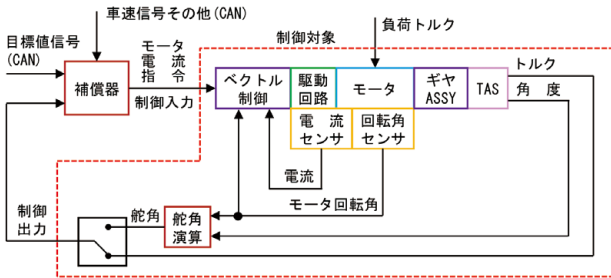


図3 制御システムの概略

3.2 補償器設計の方針

前節の図3の制御対象における駆動回路、モータ、ギヤASSYなどのハードウェアの挙動は、実時間における電氣的あるいは機械的物理現象であるため連続時間システムである。一方、ベクトル制御、舵角演算などはデジタルコンピュータで行われるため離散時間システム^{注2)}である。以上より、実際の制御対象は連続時間システムと離散時間システムが混在したシステムとなる。制御対象の入出力に着目すると、制御入力、制御出力はそれぞれ制御周期毎に更新あるいはサンプリングされる。このため、制御入力から制御出力までの制御対象は離散時間モデル^{注3)}で表すことができる。また、補償器の演算もデジタルコンピュータで行われるため、補償器も離散時間モデルで表すことができる。

注2) 離散的な時間（以下、サンプル時刻）においてその挙動が定義されるシステムをいう。

注3) 離散時間モデルとは、デジタルコンピュータで制御される制御対象のサンプル時刻における挙動や、離散時間システムの挙動を差分方程式や伝達関数で表したものである。

従来、制御対象と補償器を連続時間システムとみなして連続時間にて補償器を設計し、双一次変換などの離散化方法によって補償器を離散化して実装する手法が一般的に利用されてきた。この手法には設計上の安定性が実システムでは保証されないという問題がある。その主な要因として、双一次変換などの方法で離散化した補償器が必ずしも離散時間システムの安定化補償器となっていない（離散時間システム上の安定余裕が確保されていない）ことが挙げられる（課題①）。また、制御対象のモデル化誤差（モデルと実システムとの乖離）により、設計した補償器が、そもそも実システムの安定化補償器となっていない場合もシステムは安定とならない（課題②）。課題①に対しては制御対象を離散時間モデルで表し、離散時間システムで補償器を設計する方法が有効である。課題②に対しては、周波数応答法やM系列信号を利用したシステム同定法⁴⁾によって補償器設計のためのモデル（以下、補償器設計用モデル）を同定する方法が有効である。そこで、制御対象を離散時間モデルで表し、離散時間システムにて補償器を設計する方法を採用する。また、ハードウェアが製作された段階で制御対象のシステム同定を実施し、同定した補償器設計用モデルを利用して補償器の設計を行う。制御対象と補償器のモデルを表す離散時間演算子として δ （デルタ）演算子⁵⁾を利用する。 δ 演算子は z 演算子と制御周期 T_c を用いて $\delta = (z-1)/T_c$ と表される。 δ 演算子を利用する主な利点は、少ないビット数での補償器演算でも比較的高い精度が得られることである。詳細は文献^{4), 5)}を参照されたい。

3.3 制御システムのブロック図

図3の制御システムにおける制御対象のブロック図は、近似的に図4のように表すことができる。

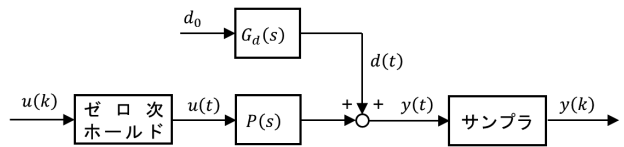


図4 制御対象のブロック図（連続時間システム）

図4中の $P(s)$ は制御対象の連続時間モデル（伝達関数）である。 k はサンプル時刻 $t_s(k) = kT_c (k = 0, 1, \dots)$ を表す0以上の整数であり、 $u(k)$ は補償器の出力すなわち制御入力（モータ電流指令）、 $u(t)$ は $u(k)$ を時刻 $t_s(k)$ 毎にホールドしたもの、 $y(k)$ は $y(t)$ を時刻 $t_s(k)$ 毎にサンプリングした制御出力である。制御出力 $y(k)$ は、操舵アシスト制御の場合はTASのトルク信号、舵角制御の場合は舵角となる。また、 $d(t)$ は、図3中の負荷トルクと、運転者の操舵に

よるハンドル側の回転に起因する外乱であり、 d_0 は定数、 $G_d(s)$ は外乱発生器を表す伝達関数である。 $u(t)$ と $u(k)$ 、 $y(t)$ は $y(k)$ はそれぞれ異なる信号であるが、簡単のために記号を区別しない。

図4のブロック図は図5のように離散時間システムで表すことができる。図5中の $P(\delta)$ 、 $G_d(\delta)$ はそれぞれ $P(s)$ 、 $G_d(s)$ をゼロ次ホールド、サンプリングで離散化した伝達関数(離散時間モデル)である。 $P(s)$ と $P(\delta)$ 、 $G_d(s)$ は $G_d(\delta)$ はそれぞれ異なる伝達関数であるが、簡単のためにこれらの記号も区別しない。

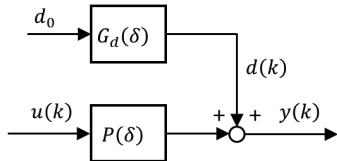


図5 制御対象のブロック図(離散時間システム)

以上より、図3の制御システムは、制御対象の伝達関数モデル $P(\delta)$ 、補償器の伝達関数モデル $C(\delta)$ を用いて図6のように表すことができる。図6中の $r(k)$ は目標舵角信号、 r_0 は定数、 $G_r(\delta)$ は目標値信号発生器を表す伝達関数である。以降、図6の制御システムに対して補償器 $C(\delta)$ を設計する。なお、 $C(\delta)$ は次の2自由度制御器とする。

$$C(\delta) = [C_r(\delta) \quad C_y(\delta)] \quad (1-1)$$

$$u(k) = C_r(\delta)r(k) - C_y(\delta)y(k) \quad (1-2)$$

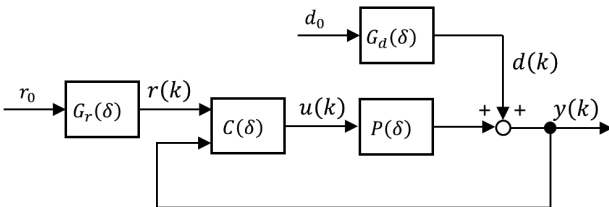


図6 制御システムのブロック図

3.4 補償器設計の流れ

次に補償器設計のV字プロセスを図7に示す。本節では、設計プロセス(図7中の左側)における実

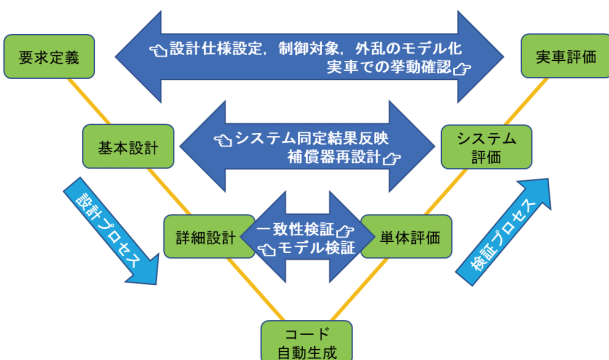


図7 補償器設計のV字プロセス

施内容について述べる。

3.4.1 要求定義

「要求定義」における実施項目を以下に示す。

(1)設計仕様設定

操舵アシスト制御では、TASのトルク信号に応じたモータ電流指令をマップ化したアシストマップによりアシストトルクが設定される。アシストトルクを大きくすることは開ループゲインを大きくすることに相当する。安定して(有害な振動などが発生せず)要求されるアシストトルクを発生できること、すなわち、「想定される最大の開ループゲインにおいても制御システムが安定であること」が主な設計仕様となる。

舵角制御では、図6中の目標舵角信号 $r(k)$ に対する舵角の追従性が要求される。例えば、ステップ状あるいはランプ状に変化する $r(k)$ に対しての遅れ時間、立ち上がり時間、整定時間、行き過ぎ量、定常偏差などが主な設計仕様となる。

(2)制御対象、外乱のモデル化

制御対象モデルは大別して実システムの挙動を比較的詳細に予測しうる高精度シミュレーションモデル⁶⁾(以下、シミュレーションモデル)と、補償器設計のための簡略化したモデル(前述の補償器設計用モデル)がある。補償器設計用モデルは制御対象を線形化、簡略化した微分方程式から導出することができる。また、シミュレーションモデルや実機を利用したシステム同定によって導出することも可能である。実機を利用したシステム同定については後述する。なお、シミュレーションモデルの作成と実行には、主にMATLAB[®]/Simulink[®]やSimulationX[®]などのツールを利用する。

外乱として①運転者の操舵によるハンドルの回転(操舵アシスト制御時)、②キックバックによる負荷トルク、③ギヤASSYの摩擦トルクが作用する。操舵アシスト制御では、これらの外乱は操舵の周波数を想定して後述のように伝達関数モデルで表すことができる。一方、舵角制御では、運転者がハンドルから手を放した状態を想定し、外乱②、③存在下において舵角指令に舵角が定常偏差なく追従できることを前提として、外乱モデルはステップ関数あるいはランプ関数モデルとする。

3.4.2 基本設計

基本設計では補償器設計用モデルと想定する外乱モデルを利用して補償器を設計する。ここでは補償器は伝達関数モデル $C(\delta)$ で表される。この段階でシミュレーションモデルと補償器を使用してシミュレーションにて補償器の妥当性を検討する。補償器設計の詳細については4章で述べる。

3.4.3 詳細設計

詳細設計では、基本設計で設計した補償器をソフトウェアとしてコントローラに実装するための実装モデルに展開する。ここでは基本設計で導出した補償器 $C(\delta)$ と実装モデルが等価であること(同一の入力に対して出力が一致すること)を確認する。

3.4.4 コード自動生成

Embedded Coder[®]を利用して実装モデルからコードを自動生成する。

4 補償器の設計

本章では、操舵アシスト制御補償器と舵角制御補償器の基本設計の詳細について述べる。なお、操舵アシスト制御と舵角制御の補償器設計で異なる点は制御出力、設計仕様、外乱であり、設計の手法は同じである。

4.1 操舵アシスト制御補償器の基本設計

4.1.1 補償器設計用モデルの導出

EPSのモデルを図8に示す。

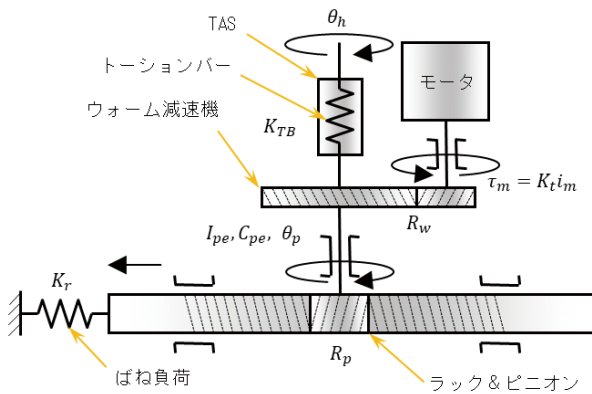


図8 EPSのモデル

図8は1ピニオンEPSを示しているが、2ピニオン、コラムEPSにも適用可能である。図中の記号の内容を以下に示す。

- θ_h : ハンドル回転角 [rad]
- θ_p : ピニオン回転角 [rad]
- i_m : モータ電流 [A], τ_m : モータトルク [N・m]
- K_t : モータトルク定数 [N・m/A]
- K_{TB} : トーションバーばね定数 [N・m/rad]
- R_w : ウォーム減速機の減速比
- I_{pe} : ピニオン軸の等価慣性モーメント [kg・m²]
- C_{pe} : ピニオン軸の等価粘性抵抗係数 [N・m/(rad/s)]
- R_p : ラック&ピニオンの比ストローク [m/rad]
- K_r : ラック負荷のばね定数 [N・m/rad]

TASのトルク信号は次の式で表される。

$$\tau_s = K_{TB}(\theta_h - \theta_p) \quad (2-1)$$

i_m は u に一致する(実電流がモータ電流指令に完全に追従している)ものとし、トーションバー以外の部分はすべて剛体であると仮定すれば、ピニオンの回転運動は次の微分方程式で表される。

$$I_{pe}\ddot{\theta}_p + C_{pe}\dot{\theta}_p = R_w K_t i_m + K_{TB}(\theta_h - \theta_p) - K_r R_p^2 \theta_p \quad (2-2)$$

ただし、

$$i_m = u$$

(2-1)、(2-2)式より、次の状態方程式、出力方程式を得る。

$$\dot{x} = A_p x + B_p u + E_p \theta_h \quad (2-3)$$

$$y = C_p x + F_p \theta_h \quad (2-4)$$

ただし、

$$x = [\theta_p \quad \dot{\theta}_p]^T : \text{状態量}, y = -\tau_s : \text{制御出力}$$

$$u : \text{制御入力 (モータ電流指令)}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_{pe}/I_{pe} & -C_{pe}/I_{pe} \end{bmatrix}, K_{pe} = K_{TB} + K_r R_p^2$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ R_w K_t / I_{pe} \end{bmatrix}, C_p = [K_{TB} \quad 0]$$

$$E_p = \begin{bmatrix} 0 \\ K_{TB} / I_{pe} \end{bmatrix}, F_p = -K_{TB}$$

(2-3)、(2-4)式において θ_h を0とした場合の離散時間モデルの状態方程式、出力方程式は次の式で表される。

$$\delta x(k) = A_{p\delta} x(k) + B_{p\delta} u(k) \quad (3-1)$$

$$y(k) = C_{p\delta} x(k) \quad (3-2)$$

ただし、

$$A_{p\delta} = (A_{pz} - I_2) / T_c, I_2 : 2 \times 2 \text{単位行列}$$

$$B_{p\delta} = B_{pz} / T_c, C_{p\delta} = C_{pz} = C_p$$

$$A_{pz} = e^{A_p T_c}, B_{pz} = \int_0^{T_c} e^{A_p t} dt B_p$$

なお、 A_{pz} 、 B_{pz} 、 C_{pz} はそれぞれ(2-3)、(2-4)式を z 演算子で離散化したときのシステム行列、制御行列である。これらはMATLAB[®]の関数“c2dm”を用いて離散化手法“zoh”で算出できる。(3-1)、(3-2)式は(2-3)、(2-4)式のステップ不変モデル(step invariant model)⁵⁾と呼ばれる。(3-1)、(3-2)式を補償器設計用モデルに選べば、図5、6の伝達関数 $P(\delta)$ は次の式で表される。

$$P(\delta) = C_{p\delta}(\delta I_2 - A_{p\delta})^{-1} B_{p\delta} = \frac{n_p(\delta)}{d_p(\delta)}$$

$$= \frac{n_{p1}\delta + n_{p0}}{\delta^2 + d_{p1}\delta + d_{p0}} \quad (3-3)$$

ハードウェアの詳細設計が完了していない開発の初期段階では(3-1)～(3-3)を補償器設計用モデルにして補償器の設計を行う。しかし、ハードウェアの仕様が明確になった段階あるいはハードウェアの製作が完了した段階で補償器設計用モデルの見直

しが必要となる場合を考慮して、これ以降は補償器設計用モデルの次数（分母多項式 $d_p(\delta)$ の次数）を n とおいて伝達関数 $P(\delta)$ を次の式で表す。

$$P(\delta) = \frac{n_p(\delta)}{d_p(\delta)} = \frac{n_{pn-1}\delta^{n-1} + \dots + n_{p1}\delta + n_{p0}}{\delta^n + d_{pn-1}\delta^{n-1} + \dots + d_{p1}\delta + d_{p0}} \quad (4-4)$$

4.1.2 外乱モデルの設定

ここでは次の式で表される次数 l の外乱モデルを考える。

$$d = G_d(s)d_0 \quad (4-1)$$

$$G_d(s) = \frac{n_d(s)}{d_d(s)} = \frac{n_{dl-1}s^{l-1} + \dots + n_{d1}s + n_{d0}}{s^l + d_{dl-1}s^{l-1} + \dots + d_{d1}s + d_{d0}} \quad (4-2)$$

(4-1) 式の状態方程式，出力方程式を次の式で表す。

$$\dot{x} = A_d x + B_d d_0 \quad (4-3)$$

$$d = C_d x \quad (4-4)$$

ただし，

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -d_{d0} & -d_{d1} & -d_{d2} & \dots & -d_{dl-1} \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_d = [n_{d0} \quad n_{d1} \quad n_{d2} \quad \dots \quad n_{dl-1}]$$

外乱の離散時間モデルの状態方程式，出力方程式は次の式で表される。

$$\delta x(k) = A_{d\delta} x(k) + B_{d\delta} d_0 \quad (4-5)$$

$$d(k) = C_{d\delta} x(k) \quad (4-6)$$

ただし，

$$A_{d\delta} = (A_d - I_l) / T_c, \quad I_l: l \times l \text{ 単位行列}$$

$$B_{d\delta} = B_d / T_c, \quad C_{d\delta} = C_d$$

$$A_{dz} = e^{A_d T_c}, \quad B_{dz} = \int_0^{T_c} e^{A_d t} dt B_d$$

なお， A_{dz} ， B_{dz} ， C_{dz} はそれぞれ(4-3)式を z 演算子で離散化したときのシステム行列，制御行列である。これらはMATLAB[®]の関数“c2dm”を用いて離散化手法“zoh”または“matched”（極零対応モデル：matched pole-zero model⁵⁾）で算出できる。なお，ステップ不変モデルの極と極零対応モデルの極は同じである。

(4-5)，(4-6)式より，外乱の離散時間モデルの伝達関数 $G_d(\delta)$ は次の式で表される。

$$G_d(\delta) = C_{d\delta} (\delta I_l - A_{d\delta})^{-1} B_{d\delta} = \frac{n_d(\delta)}{d_d(\delta)}$$

$$= \frac{n_{dl-1}\delta^{l-1} + \dots + n_{d1}\delta + n_{d0}}{\delta^l + d_{dl-1}\delta^{l-1} + \dots + d_{d1}\delta + d_{d0}} \quad (4-7)$$

なお，外乱モデルの分子多項式 $n_d(\delta)$ は補償器設計に使用しない

4.1.3 補償器設計用モデルの既約分解形

安定化補償器のパラメータ表示に基づく補償器設計の準備として，(3-4)式の補償器設計用モデルを次の既約分解形で表す。なお，制御対象が多入出力システムの場合は左右既約分解形で表す必要があるが，本制御対象は単入出力システムであるため，左右既約分解形は同一となる。よって本報では単に既約分解形と表記する。

$$P(\delta) = N_p(\delta) / D_p(\delta) \quad (5-1)$$

$$N_p(\delta) = \frac{n_p(\delta)}{f(\delta)} = \frac{n_{pn-1}\delta^{n-1} + \dots + n_{p1}\delta + n_{p0}}{\delta^n + f_{n-1}\delta^{n-1} + \dots + f_1\delta + f_0} \quad (5-2)$$

$$D_p(\delta) = \frac{d_p(\delta)}{f(\delta)} = \frac{\delta^n + d_{pn-1}\delta^{n-1} + \dots + d_{p1}\delta + d_{p0}}{\delta^n + f_{n-1}\delta^{n-1} + \dots + f_1\delta + f_0} \quad (5-3)$$

ただし， $f(\delta)$ は安定多項式であり，設計者が設定する任意のパラメータである。なお， $f(\delta)$ が安定であるとは，その根が複素平面上の中心 $-1/T_c$ ，半径 $1/T_c$ の円の内部に存在することである（図9参照）。 $f(\delta)$ の設定方法については後述する。

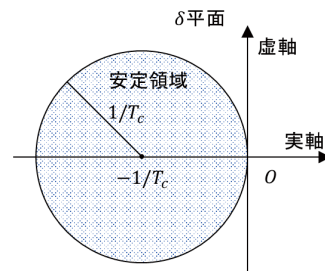


図9 δ 演算子の安定領域

4.1.4 補償器の導出方法

操舵アシスト制御では，(1-1)，(1-2)式の補償器 $C_r(\delta)$ は $C_r(\delta) = 0$ とする。このとき制御システムは図10のように表すことができる。

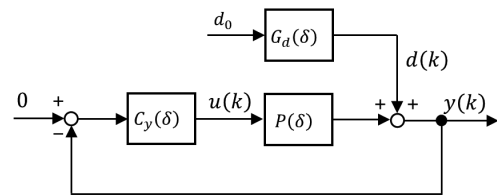


図10 操舵アシスト制御システムのブロック図

安定化補償器のパラメータ表示に基づく補償器 $C_y(\delta)$ は次の式で表される。

$$C_y(\delta) = N_c(\delta) / D_c(\delta) \quad (6-1)$$

$$N_c(\delta) = X_p(\delta) + R(\delta) D_p(\delta) \quad (6-2)$$

$$D_c(\delta) = Y_p(\delta) - R(\delta) N_p(\delta) \quad (6-3)$$

$$X_p(\delta) = \frac{n_x(\delta)}{g(\delta)} = \frac{n_{xn-1}\delta^{n-1} + \dots + n_{x1}\delta + n_{x0}}{\delta^{n-1} + g_{n-2}\delta^{n-2} + \dots + g_1\delta + g_0} \quad (6-4)$$

$$Y_p(\delta) = \frac{n_Y(\delta)}{g(\delta)} = \frac{n_{Y_{n-1}}\delta^{n-1} + \dots + n_{Y_1}\delta + n_{Y_0}}{\delta^{n-1} + g_{n-2}\delta^{n-2} + \dots + g_1\delta + g_0} \quad (6-5)$$

ただし、 $g(\delta)$ は安定多項式であり、設計者が設定する任意のパラメータである。また、 $R(\delta)$ は安定プロパ（分子多項式の次数 ≤ 分母多項式の次数）な伝達関数であり、これも設計者が選定する自由パラメータである。これらの設定方法については後述する。

$X_p(\delta)$ 、 $Y_p(\delta)$ は次のBezout（ベズー）方程式の解である。

$$X_p(\delta)N_p(\delta) + Y_p(\delta)D_p(\delta) = 1 \quad (6-6)$$

はじめに $X_p(\delta)$ 、 $Y_p(\delta)$ を導出する。(6-6) 式の両辺に $h(\delta) = f(\delta)g(\delta)$ をかけると次の恒等式を得る。

$$n_X(\delta)n_p(\delta) + n_Y(\delta)d_p(\delta) = h(\delta) \quad (6-7)$$

ただし、

$$h(\delta) = \delta^{2n-1} + h_{2n-2}\delta^{2n-2} + \dots + h_1\delta + h_0$$

$n_p(\delta)$ 、 $d_p(\delta)$ が互いに共通因子をもたないとき、

(6-7) 式を満たす $n_X(\delta)$ 、 $n_Y(\delta)$ が一意に決まり、それらの係数は次の式で算出できる⁵⁾。

$$\Theta^T = \Psi^T E^{-1} \quad (6-8)$$

ただし、

$$\Theta^T = [n_{Y_0} \ \dots \ n_{Y_{n-1}} \ n_{X_0} \ \dots \ n_{X_{n-1}}]$$

$$\Psi^T = [h_0 \ h_1 \ \dots \ h_{2n-2} \ 1]$$

$$E = \begin{bmatrix} d_{p0} & d_{p1} & \dots & d_{p_{n-1}} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & d_{p0} & \dots & d_{p_{n-2}} & d_{p_{n-1}} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{p0} & d_{p1} & d_{p2} & \dots & d_{p_{n-1}} & 1 \\ n_{p0} & n_{p1} & \dots & n_{p_{n-1}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & n_{p0} & \dots & n_{p_{n-2}} & n_{p_{n-1}} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & n_{p0} & n_{p1} & n_{p2} & \dots & n_{p_{n-1}} & 0 \end{bmatrix}$$

次に $R(\delta)$ の導出方法について述べる。図10において、外乱 $d(k)$ に対する制御出力 $y(k)$ の応答は次の式で表される。

$$y(k) = S(\delta)d(k) = D_C(\delta)D_P(\delta)G_d(\delta)d_0 \quad (7-1)$$

$G_d(\delta)$ が不安定な極をもつ場合、あるいは安定であっても $d(k)$ の減衰が遅くなるような極をもつ場合、その影響による $y(k)$ の変動をできるだけ速く収束させるためには $D_C(\delta)$ の零点（分子多項式の根）に $G_d(\delta)$ の極が含まれていなければならない。したがって、 $D_C(\delta)$ の分子多項式が $G_d(\delta)$ の分母多項式 $d_d(\delta)$ を含むように $R(\delta)$ を選定する必要がある。

(4-7) 式の外乱モデルの次数が l であることから、 $R(\delta)$ の次数を $l-1$ とし、次の式で表す。

$$R(\delta) = \frac{n_R(\delta)}{d_R(\delta)} = \frac{n_{R_{l-1}}\delta^{l-1} + n_{R_{l-2}}\delta^{l-2} + \dots + n_{R_1}\delta + n_{R_0}}{\delta^{l-1} + d_{R_{l-2}}\delta^{l-2} + \dots + d_{R_1}\delta + d_{R_0}} \quad (7-2)$$

ただし、 $d_R(\delta)$ は安定多項式である。その設定方法

については後述する。

$D_C(\delta)$ を展開すると次の関係を得る。

$$\begin{aligned} D_C(\delta) &= Y_p(\delta) - R(\delta)N_p(\delta) = \frac{n_Y(\delta)}{g(\delta)} - \frac{n_R(\delta)}{d_R(\delta)} \frac{n_p(\delta)}{f(\delta)} \\ &= \frac{d_R(\delta)f(\delta)n_Y(\delta) - g(\delta)n_p(\delta)n_R(\delta)}{d_R(\delta)f(\delta)g(\delta)} \end{aligned} \quad (7-3)$$

(7-3) 式の分子多項式が $d_d(\delta)$ を含むように次の恒等式を設定する。

$$\begin{aligned} d_R(\delta)f(\delta)n_Y(\delta) - g(\delta)n_p(\delta)n_R(\delta) \\ = d_d(\delta)q(\delta) \end{aligned} \quad (7-4)$$

(7-4) 式を変形すると次の式を得る。

$$d_d(\delta)q(\delta) + w(\delta)n_R(\delta) = \gamma(\delta) \quad (7-5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} w(\delta) &= g(\delta)n_p(\delta) \\ &= \delta^{2n-2} + w_{2n-3}\delta^{2n-3} + \dots + w_1\delta + w_0 \\ \gamma(\delta) &= d_R(\delta)f(\delta)n_Y(\delta) \\ &= \delta^{2n+l-2} + \gamma_{2n+l-3}\delta^{2n+l-3} + \dots + \gamma_1\delta + \gamma_0 \\ q(\delta) &= q_{2n-2}\delta^{2n-2} + q_{2n-3}\delta^{2n-3} + \dots + q_1\delta + q_0 \end{aligned}$$

$n_R(\delta)$ の係数は次の式で算出できる。

$$\Theta^T = \Psi^T E^{-1} \quad (7-6)$$

ただし、

$$\Theta^T = [q_0 \ q_1 \ \dots \ q_{2n-2} \ n_{R_0} \ n_{R_1} \ \dots \ n_{R_{l-1}}]$$

$$\Psi^T = [\gamma_0 \ \gamma_1 \ \dots \ \gamma_{2n+l-3} \ 1]$$

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} d_{d0} & d_{d1} & \dots & d_{d_{l-1}} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & d_{d0} & \dots & d_{d_{l-2}} & d_{d_{l-1}} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{d0} & d_{d1} & d_{d2} & \dots & d_{d_{l-1}} & 1 \end{bmatrix}$$

: $(2n-1) \times (2n+l-1)$ 行列

$$E_2 = \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & \dots & w_{2n-2} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_0 & \dots & w_{2n-3} & w_{2n-2} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_0 & w_2 & \dots & w_{2n-2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

: $l \times (2n+l-1)$ 行列

4.1.5 補償器の基本設計例

(1) 補償器設計用モデルの算出

(2-3)、(2-4) 式の A_p 、 B_p 、 C_p 、 E_p 、 F_p に各種物理パラメータを入力して離散化すると、(3-3) 式の伝達関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} P(\bar{\delta}) &= \frac{n_p(\bar{\delta})}{d_p(\bar{\delta})} = \frac{n_{P1}\bar{\delta} + n_{P0}}{\bar{\delta}^2 + d_{P1}\bar{\delta} + d_{P0}} \\ &= \frac{7.807 \times 10^{-3}(\bar{\delta} + 1.980)}{\bar{\delta}^2 + 7.964 \times 10^{-2}\bar{\delta} + 2.163 \times 10^{-2}} \end{aligned} \quad (8-1)$$

ただし、(8-1) 式の $\bar{\delta}$ 演算子、分子、分母の係数は制御周期の逆数 $1/T_c$ （以下、制御周波数）で無次元化してある。すなわち、式中の $\bar{\delta}$ は $\bar{\delta} = T_c\delta$ である。以降、数値例はすべて無次元化した伝達関数を表す。

(8-1) 式の極と零点はいずれも安定領域内にあり、安定な制御対象となっている。なお、(8-1) 式の零点は離散化により付加されたものである。

次に (8-1) 式の既約分解形 $P(\bar{\delta}) = N_p(\bar{\delta})/D_p(\bar{\delta})$ を次のように設定する。

$$N_p(\bar{\delta}) = \frac{n_p(\bar{\delta})}{f(\bar{\delta})} = \frac{7.807 \times 10^{-3}(\bar{\delta} + 1.980)}{(\bar{\delta} + 0.2583)^2} \quad (8-2)$$

$$D_p(\bar{\delta}) = \frac{d_p(\bar{\delta})}{f(\bar{\delta})} = \frac{\bar{\delta}^2 + 7.964 \times 10^{-2}\bar{\delta} + 2.163 \times 10^{-2}}{(\bar{\delta} + 0.2583)^2} \quad (8-3)$$

ただし、(8-2)、(8-3) 式の $1/f(\bar{\delta})$ は次の安定な伝達関数 $1/f(s)$ の極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものである。

$$1/f(s) = 1/(s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2) \quad (8-4)$$

ただし、 $0 < \omega_f$, $0 < \zeta_f$

$1/f(s)$ が安定であればその極零対応モデルである $1/f(\bar{\delta})$ も安定となる。制御システムの応答性を高くするためには ω_f をできるだけ大きく設定することが望ましい。また、 ζ_f は制御システムの極の減衰率であり、1 以上に設定することが望ましい。ここでは、 $\zeta_f = 1$, $\omega_f = 2\sqrt{K_{pe}/I_{pe}}$ (ピニオン軸の等価剛性と等価慣性モーメントで決まる固有角周波数の2倍) とした。

Bezout方程式の解 $X_p(\bar{\delta})$, $Y_p(\bar{\delta})$ は次の式で表される。

$$X_p(\bar{\delta}) = \frac{n_x(\bar{\delta})}{g(\bar{\delta})} = \frac{8.179\bar{\delta} + 0.2314}{\bar{\delta} + 0.2583} \quad (8-5)$$

$$Y_p(\bar{\delta}) = \frac{n_y(\bar{\delta})}{g(\bar{\delta})} = \frac{\bar{\delta} + 0.6314}{\bar{\delta} + 0.2583} \quad (8-6)$$

ただし、(8-5)、(8-6) 式の $1/g(\bar{\delta})$ は次の安定な伝達関数 $1/g(s)$ の極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものである。

$$1/g(s) = 1/(s + \omega_g) \quad (8-7)$$

ここでは $\omega_g = 2\sqrt{K_{TB}/I_{pe}}$ とした。

(2) 外乱モデルの設定

連続時間システムの外乱モデルを次のように設定する。なお、外乱モデルの分子多項式 $n_d(s)$ は補償器設計に使用しないため、これ以降記載しない。

$$G_d(s) = \frac{n_d(s)}{d_d(s)} = \frac{n_d(s)}{s^2 + 2\zeta_d \omega_d s + \omega_d^2} \quad (9-1)$$

ここでは、 $\zeta_d = 1$ とし、操舵アシストトルクの大きさに応じて次のように設定する。

$$\omega_d = 0.5\sqrt{K_{pe}/I_{pe}} : \text{操舵アシストトルク大}$$

$$\omega_d = 0.9\sqrt{K_{pe}/I_{pe}} : \text{操舵アシストトルク中}$$

$$\omega_d = 1.5\sqrt{K_{pe}/I_{pe}} : \text{操舵アシストトルク小}$$

このとき、(9-1) 式の伝達関数のステップ不変モデルまたは極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものは次の式で表される。

$$G_d(\bar{\delta}) = \frac{n_d(\bar{\delta})}{d_d(\bar{\delta})} = \frac{n_d(\bar{\delta})}{\bar{\delta}^2 + 2\zeta_d \bar{\omega}_d \bar{\delta} + \omega_d^2} = \frac{n_d(\bar{\delta})}{(\bar{\delta} + \bar{\omega}_d)^2} \quad (9-2)$$

ただし、 $\zeta_d = 1$, また、 $\bar{\omega}_d$ は次の通り。

$$\bar{\omega}_d = 0.07198 : \text{操舵アシストトルク大}$$

$$\bar{\omega}_d = 0.1258 : \text{操舵アシストトルク中}$$

$$\bar{\omega}_d = 0.2008 : \text{操舵アシストトルク小}$$

(3) 自由パラメータ $R(\bar{\delta})$ の導出

自由パラメータの極 $d_r(\bar{\delta})$ は (8-5)、(8-6) 式の $g(\bar{\delta})$ と同じとする。(7-6)式に(8-2)、(8-6)、(9-2)式と $d_r(\bar{\delta}) = g(\bar{\delta}) = \bar{\delta} + 0.2583$ を代入すると、自由パラメータ $R(\bar{\delta})$ は次のようになる。

$$R(\bar{\delta}) = \frac{n_r(\bar{\delta})}{d_r(\bar{\delta})} = \frac{\bar{n}_{r1}\bar{\delta} + \bar{n}_{r0}}{\bar{\delta} + 0.2583} \quad (9-3)$$

ただし、

$$\left. \begin{array}{l} \bar{n}_{r1} = 15.640 \\ \bar{n}_{r0} = 2.429 \end{array} \right\} : \text{操舵アシストトルク大}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{n}_{r1} = 10.135 \\ \bar{n}_{r0} = 1.888 \end{array} \right\} : \text{操舵アシストトルク中}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{n}_{r1} = 3.747 \\ \bar{n}_{r0} = 0.8549 \end{array} \right\} : \text{操舵アシストトルク小}$$

(4) 制御システムの周波数特性

以上より、(6-1) ~ (6-3) 式に (8-2)、(8-3)、(8-5)、(8-6)、(9-3) 式を代入すると、 $C_y(\bar{\delta})$ は次のようになる。

$$C_y(\bar{\delta}) = \frac{23.819(\bar{\delta} + 0.121)(\bar{\delta}^2 + 0.2204\bar{\delta} + 2.358 \times 10^{-2})}{(\bar{\delta} + 0.8819)(\bar{\delta} + 0.07198)^2} : \text{操舵アシストトルク大} \quad (10-1)$$

$$C_y(\bar{\delta}) = \frac{18.314(\bar{\delta} + 0.1513)(\bar{\delta}^2 + 0.2392\bar{\delta} + 2.031 \times 10^{-2})}{(\bar{\delta} + 0.8172)(\bar{\delta} + 0.1258)^2} : \text{操舵アシストトルク中} \quad (10-2)$$

$$C_y(\bar{\delta}) = \frac{11.926(\bar{\delta} + 0.205)(\bar{\delta} + 0.1938)(\bar{\delta} + 0.07162)}{(\bar{\delta} + 0.7172)(\bar{\delta} + 0.2008)^2} : \text{操舵アシストトルク小} \quad (10-3)$$

いずれの場合も $C_y(\bar{\delta})$ の極に (9-2) 式の外乱モデルの極 $d_d(\bar{\delta})$ が含まれていることがわかる。複素平面上にプロットした (10-1) ~ (10-3) 式の補償器の極と零点を図11に示す。すべての極と零点が安定領域内にあることがわかる。なお、縦軸、横軸ともに制御周波数 $1/T_c$ で無次元化してある。

次に $C_y(\bar{\delta})$, $C_y(\bar{\delta})P(\bar{\delta})$ (一巡伝達関数), $S(\bar{\delta})$ の周波数特性を図12に示す。図12のボード線図のプロットでは、 $C_y(\bar{\delta})$, $C_y(\bar{\delta})P(\bar{\delta})$, $S(\bar{\delta})$ をz演算子形式に変換し、MATLAB[®]の関数“dbrd”を利用した。なお、横軸は制御周波数 $1/T_c$ で無次元化してある。操舵アシストトルクの大きさに応じて補償器、一巡伝達関数のゲインが変化していることがわかる。本設計手法は一巡伝達関数、安定余裕に着目して

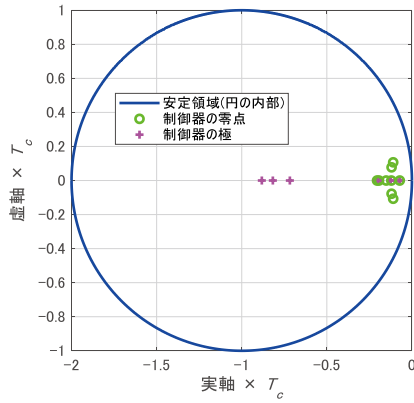


図11 補償器の極と零点 (基本設計時)

補償器を設計するものではないが、結果としていずれの場合もゲイン余裕が10dB以上、位相余裕が40deg以上となっていることを記載しておく。

$S(\delta)$ は感度関数と呼ばれ、そのゲインが小さいほど制御対象のパラメータの変化や外乱の影響を受けにくくなる。また、そのゲインが小さいことはハンドル回転に対して制御出力が小さくなることすなわち、より操舵アシストトルクが大きいことを表している。なお、 $S(\delta)$ の極は図10の制御システムの閉ループ伝達関数の極 $d_{cl}(\delta)$ であり、次の式で表される。

$$d_{cl}(\delta) = \{f(\delta)\}^2 g(\delta) d_r(\delta) = (\delta + 0.2583)^6 \quad (10-4)$$

すなわち、設計時に設定した $f(\delta)$ 、 $g(\delta)$ 、 $d_r(\delta)$ が閉ループ伝達関数の極となる。本設計手法は閉ループ伝達関数の極(制御システムの極)を設定して補償器を設計する方法であることがわかる。

4.2 舵角制御補償器の基本設計

4.2.1 補償器設計用モデルの導出

ハンドルを含むEPSのモデルを図13に示す。舵角制御では、ハンドル回転の振動を抑制しながらモータ回転角から算出される舵角を目標舵角信号に追従させる必要があるため、ハンドル軸の等価慣性モーメントの回転運動を含むシステムを制御対象とする。図中の記号の内容を以下に示す。記載していないその他の記号は図8と同じである。

θ_m : モータ回転角 [rad] ($\theta_m = R_p \theta_p$)

I_h : ハンドル軸の等価慣性モーメント [kg・m²]

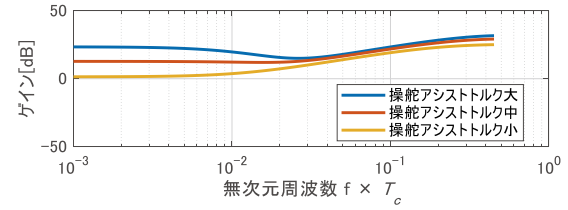
C_h : ハンドル軸の等価粘性抵抗係数 [N・m/(rad/s)]

τ_h : ハンドル入力トルク [N・m] (運転者がハンドルから手を離れた状態を想定し、 $\tau_h = 0$ とする)

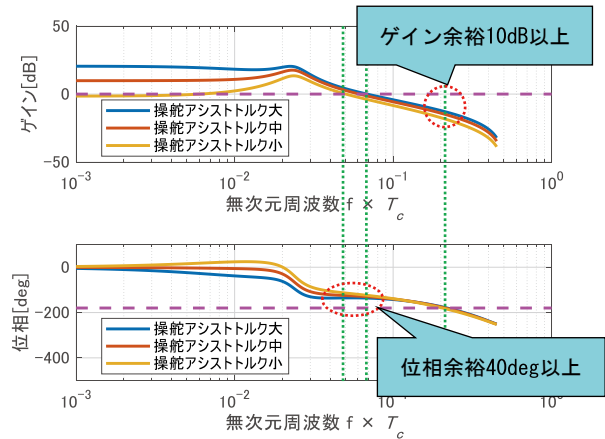
制御出力すなわち舵角信号 $\hat{\theta}_p$ は次の式で算出する。

$$\hat{\theta}_p = \theta_m / R_w \quad (11-1)$$

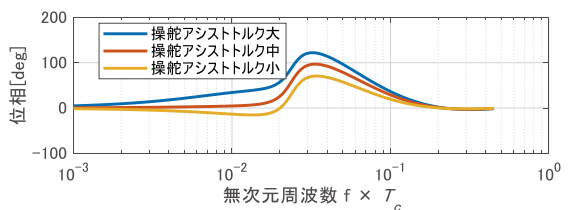
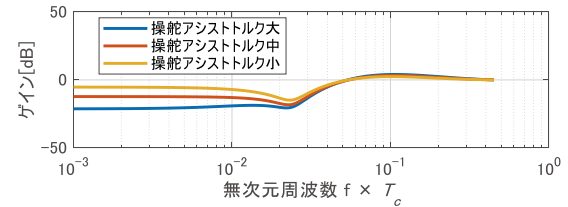
ここでも i_m は u に一致する(実モータ電流がモータ電流指令に完全に追従している)ものとし、トーショ



(a)補償器 $C_y(\delta)$ の周波数特性



(b)一巡伝達関数 $C_y(\delta)P(\delta)$ の周波数特性



(c)伝達関数 $S(\delta)$ の周波数特性

図12 操舵アシスト制御システムの周波数特性

ンバー以外の部分はすべて剛体であると仮定する。このとき、ピニオンの回転運動は次の微分方程式で表される。

$$I_{pe} \ddot{\theta}_p + C_{pe} \dot{\theta}_p = R_w K_{i_m} + K_{TB} (\theta_h - \theta_p) - K_r R_p^2 \theta_p \quad (11-2)$$

ただし、

$$i_m = u$$

また、ハンドルの回転運動は次の式で表される。

$$I_h \ddot{\theta}_h + C_h \dot{\theta}_h = -K_{TB} (\theta_h - \theta_p) \quad (11-3)$$

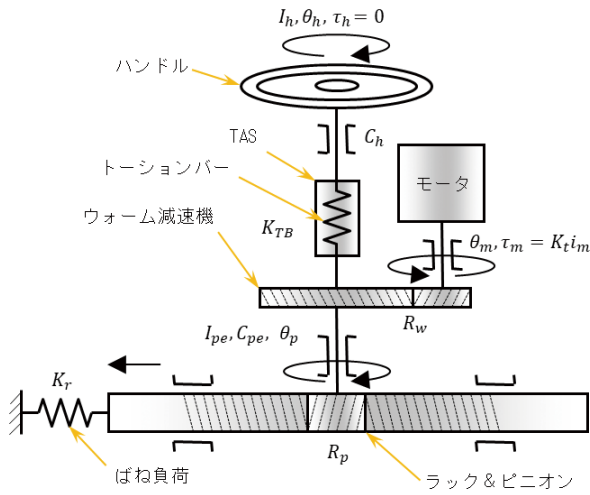


図13 ハンドルを含むEPSのモデル

(11-1) ~ (11-3) 式より, 次の状態方程式, 出力方程式を得る.

$$\dot{x} = A_p x + B_p u \quad (11-4)$$

$$y = C_p x \quad (11-5)$$

ただし,

$$x = [\theta_p \ \theta_h \ \dot{\theta}_p \ \dot{\theta}_h]^T : \text{状態量}$$

$$y = \hat{\theta}_p = \theta_m / R_w = \theta_p : \text{制御出力}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_{pe}/I_{pe} & K_{TB}/I_{pe} & -C_{pe}/I_{pe} & 0 \\ K_{TB}/I_h & -K_{TB}/I_h & 0 & -C_h/I_h \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_w K_t / I_{pe} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

(11-4), (11-5) 式の離散時間モデルの状態方程式, 出力方程式は次の式で表される.

$$\delta x(k) = A_{P\delta} x(k) + B_{P\delta} u(k) \quad (11-6)$$

$$y(k) = C_{P\delta} x(k) \quad (11-7)$$

ただし,

$$A_{P\delta} = (A_p z - I_4) / T_c, \quad I_4 : 4 \times 4 \text{単位行列}$$

$$B_{P\delta} = B_p / T_c, \quad C_{P\delta} = C_p z = C_p$$

$$A_{Pz} = e^{A_p T_c}, \quad B_{Pz} = \int_0^{T_c} e^{A_p t} dt B_p$$

(11-6), (11-7) 式を補償器設計用モデルに選べば, 図5, 6の伝達関数 $P(\delta)$ は次の式で表される.

$$P(\delta) = C_{P\delta} (\delta I_4 - A_{P\delta})^{-1} B_{P\delta} = \frac{n_p(\delta)}{d_p(\delta)} = \frac{n_{p3}\delta^3 + n_{p2}\delta^2 n_{p1}\delta + n_{p0}}{\delta^4 + d_{p3}\delta^3 + d_{p2}\delta^2 + d_{p1}\delta + d_{p0}} \quad (11-8)$$

外乱モデルの設定, 補償器設計用モデルの既約分解形は4.1.2~4.1.3節と同じ内容であるため割愛する. 次に補償器の導出方法について説明する.

4.2.2 目標値信号モデルの設定

ここでは次の式で表される次数 l の目標値信号モデルを考える.

$$G_r(\delta) = \frac{n_r(\delta)}{d_r(\delta)} = \frac{n_{d_{l-1}}\delta^{l-1} + \dots + n_{d_1}\delta + n_{d_0}}{\delta^l + d_{d_{l-1}}\delta^{l-1} + \dots + d_{d_1}\delta + d_{d_0}} \quad (12)$$

なお, 目標値信号モデルの分子多項式 $n_r(\delta)$ は補償器設計に使用しない.

4.2.3 補償器の導出方法

舵角制御では2自由度制御システムの安定化補償器のパラメータ表示³⁾に基づき, (1-1), (1-2) 式の補償器 $C_r(\delta)$ を $C_r(\delta) = F_c(\delta) / D_c(\delta)$ とする. ただし, $F_c(\delta)$ は安定プロパな伝達関数 (以下, 前置補償器) である. このとき制御システムは図14のように表すことができる.

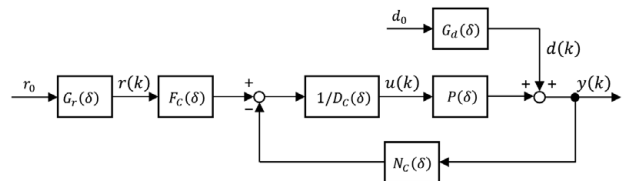


図14 舵角制御システムのブロック図

図14の制御システムにおいて, 目標舵角信号 $r(k)$ から制御出力 y までの伝達関数 $G_{ry}(\delta)$ (以下, 目標値応答特性) は次の式で表される.

$$G_{ry}(\delta) = F_c(\delta) N_p(\delta) \quad (13-1)$$

そこで, $G_{ry}(\delta)$ を次のように設定する.

$$G_{ry}(\delta) = \frac{n_M(\delta)}{d_M(\delta)} = \frac{n_{Mm-1}\delta^{m-1} + n_{Mm-2}\delta^{m-2} + \dots + n_{M1}\delta + n_{M0}}{\delta^m + d_{Mm-1}\delta^{m-1} + \dots + d_{M1}\delta + d_{M0}} \quad (13-2)$$

ただし, $d_M(\delta)$ は安定多項式である.

次に $r(k)$ と, $G_{ry}(\delta)$ の出力 $y_r(k)$ の偏差 $e_r(k)$ は次の式で表される.

$$e_r(k) = r(k) - y_r(k) = r(k) - G_{ry}(\delta) r(k) = \{1 - G_{ry}(\delta)\} r(k) = \frac{d_M(\delta) - n_M(\delta)}{d_M(\delta)} r(k) = \frac{d_M(\delta) - n_M(\delta)}{d_M(\delta)} G_r(\delta) r_0 \quad (13-3)$$

$d_M(\delta)$ の次数 m は任意であるが, 次の観点から設定する必要がある.

- ① 補償器設計用モデルが不安定零点をもつ場合, すなわち $n_p(\delta)$, $d_r(\delta)$ に不安定な根がある場合は, $n_M(\delta)$ にその根を含ませる必要がある.
- ② 偏差 $e_r(k)$ が漸近的に0に収束するためには (13-3) 式の $\{d_M(\delta) - n_M(\delta)\}$ が $G_r(\delta)$ の不安定極を根にもつ必要がある.

そこで, $n_p(\delta)$ に不安定な根があるものと仮定して

(13-3) 式の $\{d_M(\delta) - n_M(\delta)\}$ が (12) 式の極 $d_r(\delta)$ を因子にもつように次の恒等式を設定する。

$$d_M(\delta) - n_P(\delta)\beta_M(\delta) = d_r(\delta)a_M(\delta) \quad (13-4)$$

ただし、

$$n_M(\delta) = n_P(\delta)\beta_M(\delta) \quad (13-5)$$

$a_M(\delta)$, $\beta_M(\delta)$ はそれぞれ $n-1$ 次, $l-1$ 次の多項式である。また, $d_M(\delta)$ の次数は $m=n+l-1$ となる。

(13-4) 式を変形すると次の式を得る。

$$n_P(\delta)\beta_M(\delta) + d_r(\delta)a_M(\delta) = d_M(\delta) \quad (13-6)$$

$\beta_M(\delta)$ の係数は次の式で算出できる。

$$\Theta^T = \Psi^T E^{-1} \quad (13-7)$$

ただし、

$$\Theta^T = [a_{M0} \ \cdots \ a_{Mn-1} \ \beta_{M0} \ \cdots \ \beta_{Ml-1}]$$

$$\Psi^T = [d_{M0} \ d_{M1} \ \cdots \ d_{Mn+l-2} \ 1]$$

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} d_{r0} & d_{r1} & \cdots & d_{rl-1} & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & d_{r0} & \cdots & d_{rl-2} & d_{rl-1} & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{r0} & d_{r1} & d_{r2} & \cdots & d_{rl-1} & 1 \end{bmatrix}$$

: $n \times (n+l)$ 行列

$$E_2 = \begin{bmatrix} n_{p0} & n_{p1} & \cdots & n_{pn-1} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n_{p0} & \cdots & n_{pn-2} & n_{pn-1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & n_{p0} & n_{p2} & \cdots & n_{pn-1} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

: $l \times (n+l)$ 行列

$d_M(\delta)$ の設定方法については後述する。

(13-1) 式に (13-2) 式を代入して変形すると次の式を得る。

$$F_C(\delta) = \frac{f(\delta)n_M(\delta)}{n_P(\delta)d_M(\delta)} \quad (13-8)$$

また, (13-8) 式に (13-5) 式の関係代入すると次の式を得る。

$$F_C(\delta) = \frac{f(\delta)\beta_M(\delta)}{d_M(\delta)} \quad (13-9)$$

(13-9) 式により前置補償器 $F_C(\delta)$ を算出する。

補償器 $C_y(\delta)$ の導出方法は操舵アシスト制御と同じであるため割愛する。次に補償器の基本設計例について説明する。

4.2.4 補償器の基本設計例

(1) 補償器設計用モデルの算出

(11-4), (11-5) 式の A_p , B_p , C_p , E_p , F_p に各種物理パラメータを入力して離散化し, 制御周波数 $1/T_c$ で無次元化すると, (11-8) 式の伝達関数は次のようになる。

$$P(\bar{\delta}) = \frac{n_p(\bar{\delta})}{d_p(\bar{\delta})} \quad (14-1)$$

ただし、

$$n_p(\bar{\delta}) = 3.406 \times 10^{-5}(\bar{\delta} + 1.980) \\ \times (\bar{\delta}^2 + 8.741 \times 10^{-3}\bar{\delta} + 5.718 \times 10^{-5}) \\ d_p(\bar{\delta}) = \bar{\delta}(\bar{\delta} + 1.233 \times 10^{-2}) \\ \times (\bar{\delta}^2 + 7.599 \times 10^{-2}\bar{\delta} + 2.685 \times 10^{-2})$$

複素平面上にプロットした (14-1) 式の $P(\bar{\delta})$ の極と零点を図15に示す。(14-1) 式の分子に着目すると, 3つの零点をもつことがわかる。このうち, 一つの実根は離散化によって付加された零点である。また, 複素根はもとの連続時間システムに対応するものである。この複素根は, ハンドル軸の等価慣性モーメントとトーションバーの剛性によって決まる共振点(一般にこの共振点の減衰率は小さい)が反共振点として $P(\delta)$ の零点に現れたものである。補償器 $C_r(\delta)$, $C_y(\delta)$ いずれかの極にこの零点を因子としてもたせることによって, 目標舵角信号 $r(k)$ から制御出力 $y(k)$ までの伝達特性の零点に反共振点が現れないようにすることは可能である。しかし, この場合, 反共振点が $r(k)$ からハンドル回転角までの伝達特性の極として現れて共振点となってしまう。このため, 目標舵角信号が急に変化する場合はハンドルの回転に振動が発生することがある。そこで, 補償器の極の因子に補償器設計用モデルの零点をもたせないように設計を行う。これは, (13-9) 式で補償器 $F_C(\delta)$ を算出し, (5-2), (5-3) 式の分母多項式 $f(\delta)$, (6-4), (6-5) 式の分母多項式 $g(\delta)$, (7-2) 式の分母多項式 $d_R(\delta)$ に補償器設計用モデルの零点を因子としてもたせないように設定すれば実現可能である。

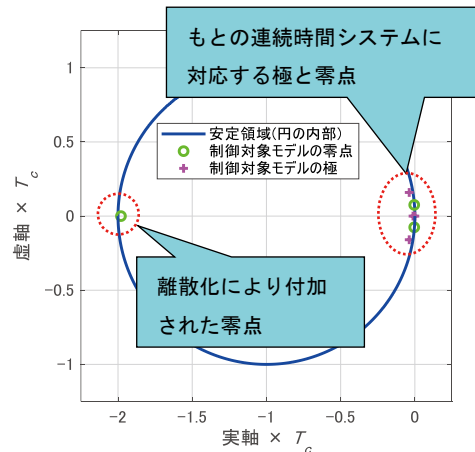


図15 補償器設計用モデルの極と零点

次に (14-1) 式の既約分解形 $P(\bar{\delta}) = N_p(\bar{\delta})/D_p(\bar{\delta})$ を次のように設定する。

$$N_p(\bar{\delta}) = \frac{n_p(\bar{\delta})}{f(\bar{\delta})} \quad (14-2)$$

$$D_p(\bar{\delta}) = \frac{d_p(\bar{\delta})}{f(\bar{\delta})} \quad (14-3)$$

ただし, (14-2), (14-3) 式の $1/f(\bar{\delta})$ は次の安定な伝達関数 $1/f(s)$ の極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものである.

$$1/f(s) = 1/\{f_1(s)f_2(s)\} \quad (14-4)$$

ただし,

$$f_1(s) = s^2 + 2\zeta_{f1}\omega_{f1}s + \omega_{f1}^2$$

$$f_2(s) = s^2 + 2\zeta_{f2}\omega_{f2}s + \omega_{f2}^2$$

$$0 < \omega_{f1}, 0 < \omega_{f2}, 0 < \zeta_{f1}, 0 < \zeta_{f2}$$

ここでは, $\zeta_{f1} = \zeta_{f2} = 2.3$, $\omega_{f1} = \omega_{f2} = 0.7\sqrt{K_{pe}/I_{pe}}$ とした. ζ_{f1} , ζ_{f2} を小さく, また, ω_{f1} , ω_{f2} を大きくすると制御器が不安定極をもつ傾向があるため, 操舵アシスト制御より小さく設定している.

Bezout方程式の解 $X_p(\bar{\delta})$, $Y_p(\bar{\delta})$ は次の式で表される.

$$X_p(\bar{\delta}) = \frac{n_x(\bar{\delta})}{g(\bar{\delta})} \quad (14-5)$$

$$Y_p(\bar{\delta}) = \frac{n_y(\bar{\delta})}{g(\bar{\delta})} \quad (14-6)$$

ただし,

$$n_x(\bar{\delta}) = 1910.8(\bar{\delta} + 0.4936) \times (\bar{\delta}^2 + 2.550 \times 10^{-2}\bar{\delta} + 1.781 \times 10^{-4})$$

$$n_y(\bar{\delta}) = (\bar{\delta} + 0.5236)(\bar{\delta} + 0.5953) \times (\bar{\delta} + 1.284 \times 10^{-3})$$

$$g(\bar{\delta}) = (\bar{\delta} + 2.364 \times 10^{-2})(\bar{\delta} + 9.930 \times 10^{-2}) \times (\bar{\delta} + 0.3669)$$

また, $1/g(\bar{\delta})$ は次の安定な伝達関数 $1/g(s)$ の極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものである.

$$1/g(s) = 1/\{g_1(s)g_2(s)\} \quad (14-7)$$

ただし,

$$g_1(s) = s + \omega_{g1}$$

$$g_2(s) = s^2 + 2\zeta_{g2}\omega_{g2}s + \omega_{g2}^2$$

ここでは $\zeta_{g2} = 2.3$, $\omega_{g1} = \omega_{g2} = 0.7\sqrt{K_{TB}/I_{pe}}$ とした.

(2) 目標値信号モデルの設定

ランプ状に変化する目標舵角信号に対する制御出力の応答を漸近的に0に収束させるために目標値信号モデルを次のように設定する.

$$G_r(\bar{\delta}) = \frac{n_r(\bar{\delta})}{d_r(\bar{\delta})} = \frac{1}{\bar{\delta}^2} \quad (15)$$

(3) 外乱モデルの設定

ランプ状に変化する外乱に対する制御出力の応答を漸近的に0に収束させるために連続時間システムの外乱モデルを次のように設定する.

$$G_d(s) = \frac{n_d(s)}{d_d(s)} = \frac{1}{s^2} \quad (16-1)$$

このとき, (16-1) 式の伝達関数のステップ不変モデルまたは極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化した伝達関数は次の式で表される.

$$G_d(\bar{\delta}) = \frac{n_d(\bar{\delta})}{d_d(\bar{\delta})} = \frac{1}{\bar{\delta}^2} \quad (16-2)$$

(4) 自由パラメータ $R(\bar{\delta})$ の導出

自由パラメータの極 $d_r(\bar{\delta})$ は (14-5), (14-6) 式の $g(\bar{\delta})$ の因子の一つと同じく $d_r(\bar{\delta}) = \bar{\delta} + 9.930 \times 10^{-2}$ とする. (7-6) 式に (14-2), (14-6), (15-2) 式と $d_r(\bar{\delta})$ を代入すると, 自由パラメータ $R(\bar{\delta})$ は次のようになる.

$$R(\bar{\delta}) = \frac{n_r(\bar{\delta})}{d_r(\bar{\delta})} = \frac{6590\bar{\delta} - 9.002}{\bar{\delta} + 9.930 \times 10^{-2}} \quad (16-3)$$

(5) 補償器 $F_c(\bar{\delta})$ の導出

目標値応答特性を次のように設定する.

$$G_{ry}(\bar{\delta}) = \frac{n_M(\bar{\delta})}{d_M(\bar{\delta})} = \frac{n_p(\bar{\delta})\beta_M(\bar{\delta})}{d_M(\bar{\delta})} \quad (16-4)$$

ただし,

$$n_M(\bar{\delta}) = 1.601 \times 10^{-3}(\bar{\delta} + 8.925 \times 10^{-3}) \times (\bar{\delta} + 1.980)(\bar{\delta}^2 + 8.741\bar{\delta} + 5718)$$

$$d_M(\bar{\delta}) = (\bar{\delta} + 4.383 \times 10^{-2})^5$$

また, (16-4) 式の $1/d_M(\bar{\delta})$ は次の安定な伝達関数 $1/d_M(s)$ の極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものである.

$$1/d_M(s) = 1/\{d_{M1}(s)d_{M2}(s)d_{M3}(s)\} \quad (16-5)$$

ただし,

$$d_{M1}(s) = s + \omega_{M1}$$

$$d_{M2}(s) = s^2 + 2\zeta_{M2}\omega_{M2}s + \omega_{M2}^2$$

$$d_{M3}(s) = s^2 + 2\zeta_{M3}\omega_{M3}s + \omega_{M3}^2$$

$$0 < \omega_{M1}, 0 < \omega_{M2}, 0 < \omega_{M3}, 0 < \zeta_{M2}, 0 < \zeta_{M3}$$

ここでは, $\zeta_{M2} = \zeta_{M3} = 1$, $\omega_{M1} = \omega_{M2} = \omega_{M3} = 0.3 \times \sqrt{K_{pe}/I_{pe}}$ とした. また, (16-4) 式の $\beta_M(\bar{\delta})$ は (13-7) 式に (14-1) 式の $n_p(\bar{\delta})$, (15) 式の $d_r(\bar{\delta})$, (17-2) 式の $d_M(\bar{\delta})$ を代入して算出した.

(13-9) 式に (14-2), (14-3) 式の $f(\bar{\delta})$, (16-4) 式の $\beta_M(\bar{\delta})$, $d_M(\bar{\delta})$ を代入すると補償器 $F_c(\bar{\delta})$ は次の式で表される.

$$F_c(\bar{\delta}) = \frac{n_f(\bar{\delta})}{d_f(\bar{\delta})} \quad (16-6)$$

ただし,

$$n_f(\bar{\delta}) = 46.993(\bar{\delta} + 8.925 \times 10^{-3}) \times (\bar{\delta} + 2.364 \times 10^{-2})^2(\bar{\delta} + 0.3669)^2$$

$$d_f(\bar{\delta}) = (\bar{\delta} + 4.383 \times 10^{-2})^5$$

(6) 制御システムの周波数特性

以上より, (6-1) ~ (6-3) 式に (14-2), (14-3), (14-5), (14-6), (16-3) 式を代入すると, $C_y(\bar{\delta})$ は次のようになる.

$$C_y(\bar{\delta}) = N_c(\bar{\delta})/D_c(\bar{\delta}) \quad (17-1)$$

ただし,

$$N_c(\bar{\delta}) = \frac{n_{NC}(\bar{\delta})}{d_c(\bar{\delta})} \quad (17-2)$$

$$D_C(\bar{\delta}) = \frac{n_{DC}(\bar{\delta})}{d_C(\bar{\delta})} \quad (17-3)$$

$$n_{NC}(\bar{\delta}) = 8500.8(\bar{\delta} + 1.381 \times 10^{-2}) \times (\bar{\delta}^2 + 0.2211 \times 10^{-2}\bar{\delta} + 1.974 \times 10^{-4}) \times (\bar{\delta}^2 + 0.2360\bar{\delta} + 6.286 \times 10^{-2})$$

$$n_{DC}(\bar{\delta}) = \bar{\delta}^2(\bar{\delta} + 1.107) \times (\bar{\delta}^2 + 0.1766\bar{\delta} + 0.1137)$$

$$d_C(\bar{\delta}) = (\bar{\delta} + 0.2364 \times 10^{-2})^2 \times (\bar{\delta} + 0.9930 \times 10^{-2})(\bar{\delta} + 0.3369)^2$$

次に $C_y(\bar{\delta})$, $C_y(\bar{\delta})P(\bar{\delta})$ (一巡伝達関数), $S(\bar{\delta})$, $G_{yr}(\bar{\delta})$ の周波数特性を図16に示す。

設計結果として, 同図(a)の青実線の $C_y(\bar{\delta})P(\bar{\delta})$ のゲイン余裕は10dB以上, 位相余裕は40deg以上となっている。一般にサーボ系ではゲイン余裕は10dB以上, 位相余裕は40deg以上が望ましいといわれている。また, 同図(b)の緑実線の $G_{yr}(\bar{\delta})$ のゲインが約-3 dBとなる無次元周波数(バンド幅)以下の帯域では青実線で示した $S(\bar{\delta})$ のゲインは60dB/decadeの低域遮断特性を有しており, 低周波

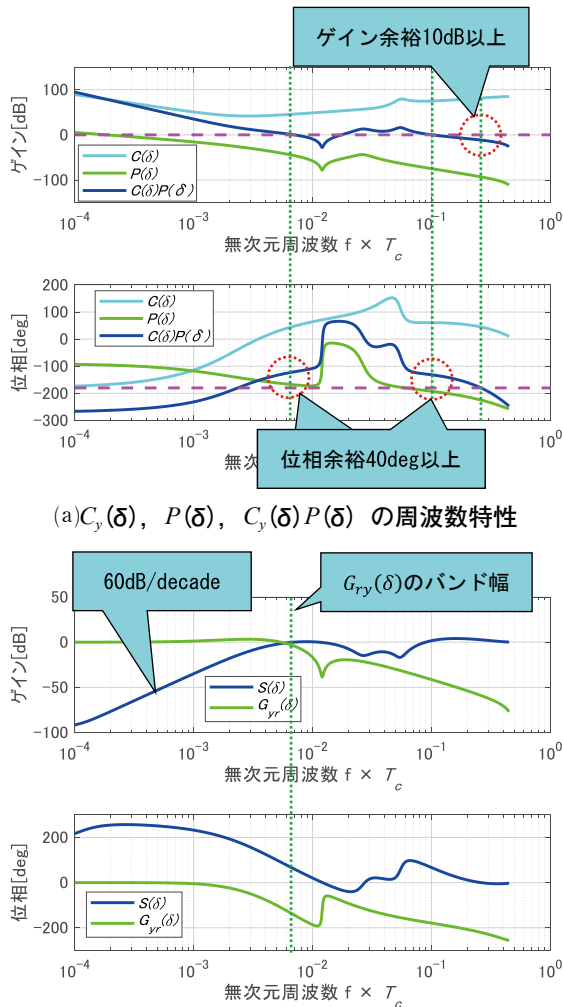


図16 舵角制御システムの周波数特性

領域での制御対象の変動や外乱に対するロバスト性が期待できる。

(7)基本設計結果の確認

図14の舵角制御システムをMATLAB[®]/Simulink[®]上でモデル化し, (14-1)式の $P(\bar{\delta})$, (16-6)式の $F_C(\bar{\delta})$, (14-2), (14-3)式の $N_C(\bar{\delta})$, $D_C(\bar{\delta})$, (15)式の $G_r(\bar{\delta})$ と, 外乱発生器 $G_d(\bar{\delta})$ のパラメータを設定してシミュレーションを行った。なお, 伝達関数モデルはライブラリ“Continuous”の“Transfer Fcn”を使用した。ソルバを固定ステップode1 (Euler)に, 固定ステップサイズを1に設定することによって δ 演算子を使用した無次元の離散時間システムの演算を行うことができる。シミュレーションの主な設定パラメータを表1に示す。

次にシミュレーション結果を図17に示す。図17より $k=500$ 時点までランプ状に変化する目標舵角 $r(k)$ に対して制御出力 $y(k)$ が漸近的に追従していることがわかる。また, $k=1000$ 時点でランプ状の外乱 $d(k)$ が印加されても制御出力 $y(k)$ はほとんど変化せず, その後も目標舵角 $r(k)$ に追従している。ハンドル角 $\theta_h(k)$ にも振動は見られない。

表1 シミュレーションの主な設定パラメータ

設定パラメータ	設定値または内容
目標舵角信号源 r_0	1/500 (ただし, $k=500$ で0)
外乱信号源 d_0	1/500 ($k=1000$ で印加)
外乱発生器	$G_d(\bar{\delta}) = P(\bar{\delta})/\bar{\delta}^2$
ソルバ	固定ステップode1 (Euler)
固定ステップサイズ	1 (無次元時間)

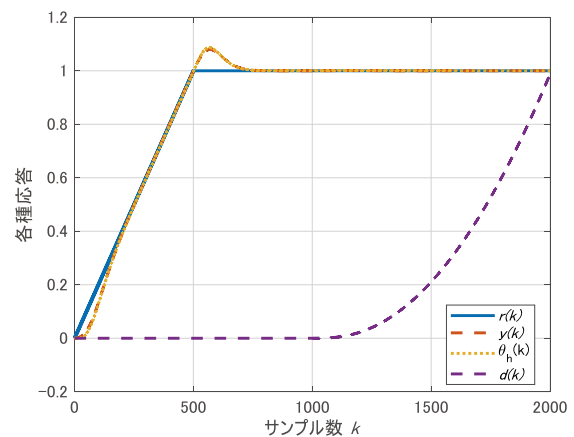


図17 舵角制御システムのシミュレーション結果

4.3 補償器の詳細設計と実装

4.3.1 補償器の詳細設計

補償器の詳細設計について説明する。補償器の実装モデルのブロック図を図18に示す。ここでは, 図18中の6つの伝達関数を先述の“Transfer Fcn”

で表したものを機能モデルと呼ぶ。また、機能モデルの伝達関数を適切な方法で実現（伝達関数を状態方程式、出力方程式で表すことを実現という）したものを実装モデルと呼ぶ。なお、操舵アシスト制御補償器の場合は、同図中の前置補償器は $F_c(\delta)=0$ である。また、 $R(\delta)$ は操舵アシスト（アシストゲイン）の大きさに応じてその分子多項式のパラメータが変化するが、詳細については省略する。なお、図18中の青破線で囲った部分は制御対象の状態量推定とフィードバックの機能をもつブロックである。また、赤破線で囲った部分は外乱推定とフィードバック機能をもつブロックである。このことから「安定化補償器のパラメータ表示」は、状態量推定、外乱推定オブザーバ^{注4)}を利用した補償器と基本的には同じ理論であることがわかる。

注4) 制御対象のモデルを利用してその状態量や外乱を推定する推定器。

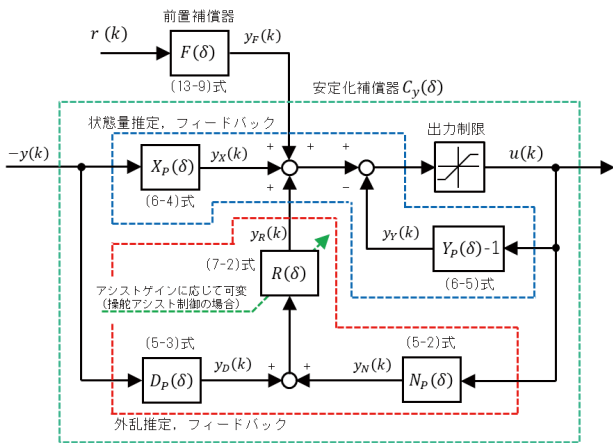


図18 補償器の実装モデルのブロック図

前置補償器 $F_c(\delta)$ を例として実現の例を示す。(13-9)式の伝達関数は次のように表すことができる。

$$F_c(\delta) = n_F(\delta) / d_F(\delta) + D_F \quad (18-1)$$

ただし、

$$n_F(\delta) = n_{F_{n+l-2}}\delta^{n+l-2} + \dots + n_{F_1}\delta + n_{F_0}$$

$$d_F(\delta) = \delta^{n+l-1} + d_{F_{n+l-2}}\delta^{n+l-2} + \dots + d_{F_1}\delta + d_{F_0}$$

D_F : $F_c(\delta)$ の直達項を表す定数

演算誤差を小さくするための実現方法として平衡実現 (MATLAB[®]の関数“balreal”などで算出できる) が考えられる。しかし、ここでは演算量を少なくすることに主眼をおき、可制御正準形で実現する (これもMATLAB[®]の関数“canon”を利用して算出できる)。

(18-1)式の可制御正準形は次の式で表される。

$$\delta x_F(k) = A_F x_F(k) + B_F r(k) \quad (18-2)$$

$$y_F(k) = C_F x_F(k) + D_F r(k) \quad (18-3)$$

ただし、

$$x_F(k) = [x_{F_1}(k) \ x_{F_2}(k) \ \dots \ x_{F_{n+l-1}}(k)]^T$$

$$A_F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -d_{F_0} & -d_{F_1} & -d_{F_2} & \dots & -d_{F_{n+l-2}} \end{bmatrix}$$

$$B_F = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_F = [n_{F_0} \ n_{F_1} \ \dots \ n_{F_{n+l-2}}]$$

(18-2)式を展開すると次の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} x_{F_1}(k) &= x_{F_1}(k-1) + T_c x_{F_2}(k-1) \\ &\vdots \\ x_{F_{n+l-2}}(k) &= x_{F_{n+l-2}}(k-1) \\ &\quad + T_c x_{F_{n+l-1}}(k-1) \\ x_{F_{n+l-1}}(k) &= x_{F_{n+l-1}}(k-1) \\ &\quad - T_c \left[\sum_{i=1}^{n+l-1} \{d_{F_i-1} x_{F_i}(k-1)\} + r(k-1) \right] \end{aligned} \right\} \quad (18-4)$$

(18-4)、(18-3)式の順序で演算を実行するようにMATLAB[®]/Simulink[®]上で補償器の実装モデルを作成する。モデル作成にあたっては、モデルの可読性向上を図るため、MAAB^{注5)}をベースにして記述ルールを定めたモデリングガイドラインに従う⁷⁾。

注5) MathWorks[®] Automotive Advisory Boardの略。

MathWorks製品における記述ルールなどの規約を定めたガイドライン。

マイコンでの補償器の演算はメモリ節約の観点から単精度浮動小数点で行う。このため、(18-3)、(18-4)式の制御パラメータ (値が一定の変数) や状態変数 (時間とともに値が変化する変数) は、実装モデルの段階ですべて単精度浮動小数点の変数で定義する。

4.3.2 補償器の実装モデルの検証

図18中の6つの伝達関数単位で機能モデルと実装モデルのBack-to-Backテストを実施し、これらのモデルが等価であることを確認する。

4.3.3 補償器の実装

3.3節で述べたように、Embedded Coder[®]を利用して実装モデルからCコードを自動生成する。生成されたCコードは静的解析ツールでMISRA-C^{®注6)}ルールの適合性をチェックし、不適合な項目に対しては処置を施す⁷⁾。実装結果の検証については次章で述べる。

注6) ソフトウェア (C言語) における安全性、可搬性、信頼性の確保を目的としたコーディング規約。

5 設計結果の検証

次に操舵アシスト制御の補償器設計における検証プロセスでの検証結果の例について述べる。

5.1 補償器の単体評価

設計した補償器を統合したソフトウェアを実装したパワーバックに、モータ電流指令として正弦波を印加し、補償器の入出力信号から補償器 $C_y(\delta)$ の周波数特性を計測した。結果を図19に示す。

計測結果と機能モデルはよく一致しており、設計通りに補償器が実装されていることが確認できた。なお、図19の結果は「4.1.5 補償器の基本設計例」で示した基本設計例とは異なる設計のものである。

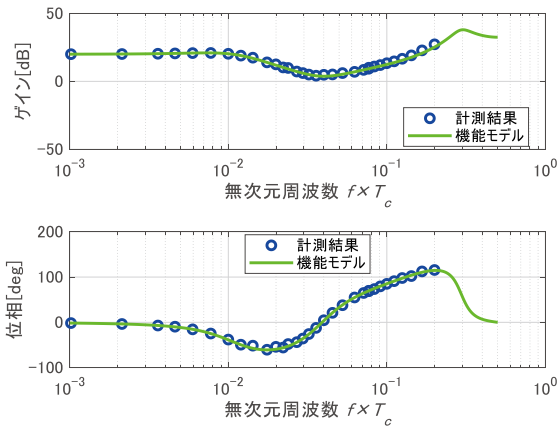


図19 補償器 $C_y(\delta)$ の単体評価の結果の例

5.2 システム評価と補償器の再設計

次に図8のシステムにおいて、モータ電流指令として正弦波を印加し、制御対象の周波数特性を計測した。制御対象の周波数特性を図20に示す。同図には、(8-1)式の補償器設計用モデル（以下、基本設計モデル）、計測結果、計測結果から同定した同定モデルの周波数特性をプロットしている。

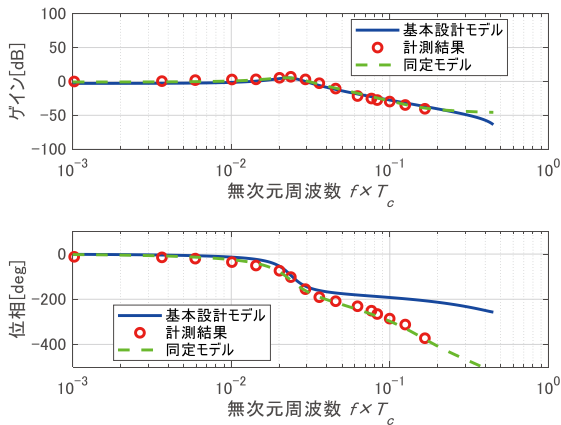


図20 制御対象の周波数特性

同定モデルは、MATLAB[®]の関数“fit”を利用して計測データから周波数応答ベクトルを算出し、同じくMATLAB[®]の関数“invfreqz”により算出した。なお、“invfreqz”で算出される伝達関数パラメータは z 演算子形式のものであるため、 δ 演算子形式に変換した。図20の同定モデルは次の式で表される。

$$P(\bar{\delta}) = \frac{n_p(\bar{\delta})}{d_p(\bar{\delta})} = \frac{n_{p3}\bar{\delta}^3 + n_{p2}\bar{\delta}^2 + n_{p1}\bar{\delta} + n_{p0}}{\bar{\delta}^4 + d_{p3}\bar{\delta}^3 + d_{p2}\bar{\delta}^2 + d_{p1}\bar{\delta} + d_{p0}} \quad (19-1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} n_p(\bar{\delta}) &= 5.317 \times 10^{-3}(\bar{\delta} + 0.1864) \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 - 0.2701\bar{\delta} + 1.600) \\ d_p(\bar{\delta}) &= (\bar{\delta}^2 + 0.5513\bar{\delta} + 8.201 \times 10^{-2}) \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 + 9.755 \times 10^{-2}\bar{\delta} + 2.135 \times 10^{-2}) \end{aligned}$$

基本設計モデル、計測結果、同定モデルのゲインはいずれも無次元周波数0.02を超えたあたりからほぼ -40dB/decade で低下しており、比較的よく一致している。しかし、計測結果の位相は無次元周波数0.03を超えたあたりから基本設計モデルよりも遅れが大きい。要因として(8-1)式では考慮していないモータ電流指令に対する実電流の応答遅れやソフトウェアの制御演算時間、機械系の摩擦トルク、微小なガタ、剛体と仮定した要素のたわみなどの影響が考えられる。

計測結果と同定モデルのゲイン、位相はよく一致しており、制御対象は近似的に(19-1)式のように4次の伝達関数で表すことができる。

実際の制御対象における周波数特性の位相遅れが基本設計モデルより大きいことから、基本設計モデルをもとにして設計した補償器では制御システムの安定性を確保できない恐れがある。そこで、(19-1)式の同定モデルを利用して補償器の再設計を行った。再設計した補償器は次の式で表される。

$$C_y(\bar{\delta}) = \frac{n_{NC}(\bar{\delta})}{n_{DC}(\bar{\delta})} \quad (19-2)$$

ただし、

① 操舵アシストトルク大

$$\begin{aligned} n_{NC}(\bar{\delta}) &= 22.847(\bar{\delta} + 8.494 \times 10^{-2}) \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 + 0.5513\bar{\delta} + 8.201 \times 10^{-2}) \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 + 0.1579\bar{\delta} + 1.889 \times 10^{-2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{DC}(\bar{\delta}) &= (\bar{\delta} + 0.1864)(\bar{\delta} + 3.666 \times 10^{-2})^2 \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 + 1.295\bar{\delta} + 0.7986) \end{aligned}$$

② 操舵アシストトルク中

$$\begin{aligned} n_{NC}(\bar{\delta}) &= 18.246(\bar{\delta} + 0.1022) \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 + 0.5513\bar{\delta} + 8.201 \times 10^{-2}) \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 + 0.1646\bar{\delta} + 1.701 \times 10^{-2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{DC}(\bar{\delta}) &= (\bar{\delta} + 0.1864)(\bar{\delta} + 6.502 \times 10^{-2})^2 \\ &\quad \times (\bar{\delta}^2 + 1.262\bar{\delta} + 0.7211) \end{aligned}$$

③操舵アシストトルク小

$$n_{NC}(\bar{\delta}) = 12.111(\bar{\delta} + 0.1336) \times (\bar{\delta}^2 + 0.1745\bar{\delta} + 1.250 \times 10^{-2}) \times (\bar{\delta}^2 + 0.5513\bar{\delta} + 8.201 \times 10^{-2})$$

$$n_{DC}(\bar{\delta}) = (\bar{\delta} + 0.1864)(\bar{\delta} + 0.1127)^2 \times (\bar{\delta}^2 + 1.200\bar{\delta} + 0.6005)$$

なお、(5-2)、(5-3) 式の $1/f(\bar{\delta})$ は次の安定な伝達関数 $1/f(s)$ の極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものである。

$$1/f(s) = 1/\{f_1(s)f_2(s)\} \quad (19-3)$$

ただし、

$$f_1(s) = s^2 + 2\zeta_{f1}\omega_{f1}s + \omega_{f1}^2$$

$$f_2(s) = s^2 + 2\zeta_{f2}\omega_{f2}s + \omega_{f2}^2$$

$$0 < \omega_{f1}, 0 < \omega_{f2}, 0 < \zeta_{f1}, 0 < \zeta_{f2}$$

ここでは、 $\zeta_{f1} = \zeta_{f2} = 1$, $\omega_{f1} = \omega_{f2} = 2\sqrt{K_{pe}/I_{pe}}$ とした。また、(6-4)、(6-5) 式の $1/g(\bar{\delta})$ は次の安定な伝達関数 $1/g(s)$ の極零対応モデルを制御周波数 $1/T_c$ で無次元化したものである。

$$1/g(s) = 1/\{g_1(s)g_2(s)\} \quad (19-4)$$

ただし、

$$g_1(s) = s + \omega_{g1}, \quad g_2(s) = s^2 + 2\zeta_{g2}\omega_{g2}s + \omega_{g2}^2$$

ここでは $\zeta_{g2} = 1$, $\omega_{g1} = \omega_{g2} = 2\sqrt{K_{TB}/I_{pe}}$ とした。

次に(9-1)式の外乱モデルの極 $1/d_d(\bar{\delta})$ のパラメータは次のように設定した。

$$\omega_d = 0.5\sqrt{K_{pe}/I_{pe}} : \text{操舵アシストトルク大}$$

$$\omega_d = 0.9\sqrt{K_{pe}/I_{pe}} : \text{操舵アシストトルク中}$$

$$\omega_d = 1.5\sqrt{K_{pe}/I_{pe}} : \text{操舵アシストトルク小}$$

いずれの場合も $\zeta_d = 1$

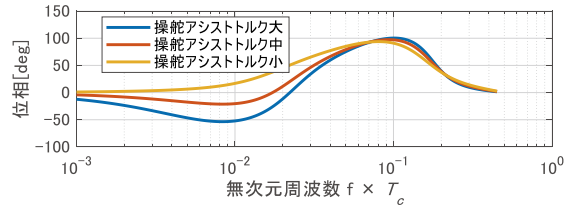
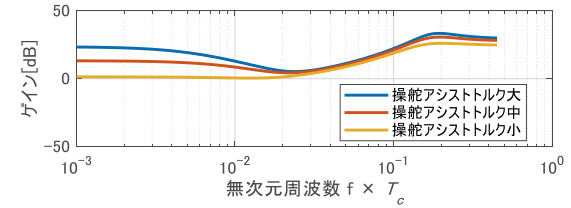
また、(9-3) 式の自由パラメータ $R(\bar{\delta})$ の極は上記の $1/g_1(s)$ の極零対応モデルとした。

再設計した $C_y(\delta)$, $C_y(\delta)P(\delta)$ (一巡伝達関数), $S(\delta)$ の周波数特性を図21に示す。結果としていずれの場合もゲイン余裕が5 dB以上、位相余裕が30deg以上となっている。また、詳細は省略するが、再設計した補償器により安定な制御システムが得られたことをシステム評価、実車評価において確認した。

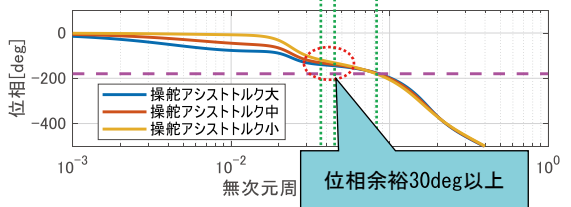
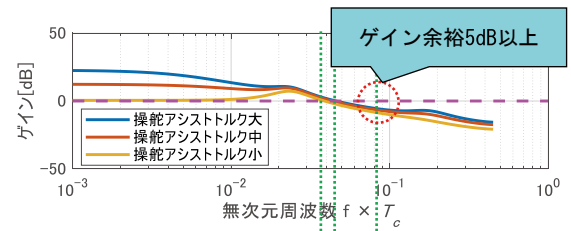
5.3 実車評価

社内実車評価では、既存モデルの車両を使用して、主に据え切り操舵（停車状態での操舵）を行う。ハンドル切り始め、切り返し時の操舵アシストの効果や、ハンドルを介して運転者が感じる振動がないことを確認する。チューニングパラメータは(19-3)、(19-4) 式のパラメータ、(9-1) 式の外乱モデルの極のパラメータ、(9-3) 式の極のパラメータである。社内実車評価では、顧客における実車評価に向けて、上記チューニングパラメータを変えて設計した補償器の候補を数パターン準備しておく。

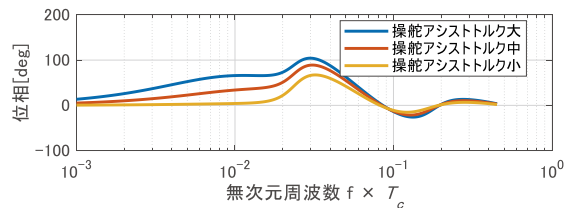
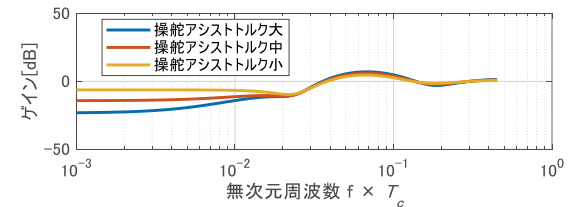
顧客における実車評価では、据え切り操舵の評価



(a)補償器 $C_y(\delta)$ の周波数特性



(b)一巡伝達関数 $C_y(\delta)P(\delta)$ の周波数特性



(c)伝達関数 $S(\delta)$ の周波数特性

図21 再設計後の操舵アシスト制御システムの周波数特性

に加え、専用のオフロードテストコースでの走行評価が行われる。走行評価では主に旋回時の切り始めのフィーリング、直進または旋回中のキックバックに対するフィーリングを確認する。

6 今後の展望

本報で解説した手法は、既存のEPSに対して従来とは少し異なるアプローチで補償器を設計する方法にすぎない。今後さらに加速する電動化、自動運転化に伴い電子制御の車載機器の重要性は高まってくると考えられる。車載機器メーカーとして様々な付加価値を含んだ製品を開発していく必要がある。その中で電気、機械要素の技術者だけでなく、制御技術者も担うべき役割として次の2点を挙げたい。

- ① 品企画段階におけるアイデアの具体化と取捨選択による製品の作りこみ。
- ② 製品ライフサイクルにおける不確かさに対するロバスト設計

上記①に対しては、例えばセンサを例に挙げると、製品に要求される機能、制御性能に対し最低限必要なセンサは何か（コスト低減）、あるいはどの物理量を検出して制御すれば要求を満足できるか（付加価値向上）といった課題が考えられる。このような課題を解決するための一つの手段として、制御技術におけるシステムの可制御性と可観測性の確認やオブザーバ理論の活用が有効である。また、上記②に対しては製品品質（生産上のばらつき）、経年品質などを考慮したモデルのシミュレーションや実機試験により、不確かさを含むパラメトリックモデルを同定することができる。補償器の設計では、このようなパラメトリックモデルを利用して設計を行うことで制御システムのロバスト安定性が確保できる。

今後は上記を踏まえて設計力、提案力を強化していきたい。

7 結言

本報ではパワースポーツ車両向けEPSを対象に取り上げ、カヤバにおける車載用電動アクチュエータの制御技術について、数値例を挙げて解説した。本技術の基礎となっているのは安定化補償器のパラメータ表示に基づく設計手法であり、この手法を δ 演算子形式の離散時間システムに展開したものである。なお、補償器の算出のための各種数式は、mファ

イル^{注7)}でプログラム化した。このため、5.3節で述べたチューニングパラメータを設定するだけで補償器の機能モデル、実装モデルのパラメータが自動で算出できる。

注7) MATLAB[®]上で実行するプログラムを記述したテキストファイル。

本報で解説した制御技術は、電動アクチュエータに限らず、電動ポンプや油圧アクチュエータなど、電子制御を行う各種コンポーネントへの応用が可能である。

車載用ソフトウェア全体における補償器が占める割合は小さいが、安心・安全・快適さに直結する重要な技術である。今後もシステムの解析・評価技術、制御技術、ソフトウェア技術を通じてカヤバ製品の品質と付加価値の向上に貢献していきたい。

最後に本制御技術の実装、評価にあたり、ご指導、ご協力をいただいた関係者の方々にこの場をお借りして厚くお礼申し上げます。

- ・MATLAB[®], Simulink[®], Embedded Coder[®], MathWorks[®]はMath Works社の登録商標です。
- ・SimulationX[®]はESI ITI社の登録商標です。
- ・MISRA-C[®]はMIRA社の登録商標です。

参考文献

- 1) 三宅, 富田: 非乗用車向けEPSの開発, KYB技報, No. 60, pp 60-63, (2020).
- 2) 稲満, 堀: KYBのアクティブサスペンションの開発, KYB技報, No. 63, pp 9-14, (2021).
- 3) 前田, 杉江: アドバンスド制御のためのシステム制御理論, 朝倉書店, (1990).
- 4) 足立: ユーザのためのシステム同定理論, (社)計測自動制御学会, (1993).
- 5) 金井, 堀: デジタル制御システム入門—デルタオペレータの適用—, 横書店, (1992).
- 6) 北村: EPSシステム解析技術の開発, KYB技報, No. 59, pp 17-24, (2019).
- 7) 小林: EPS用ECU試作開発におけるMBDの適用, KYB技報, No. 52, pp 49-53, (2016).

著者



松本 大輔

1995年入社. オートモーティブコンポーネンツ事業本部 技術統轄部電子技術部第二開発室 兼 技術本部基盤技術研究所 専門課長. 車載用アクチュエータの解析, 制御開発に従事



榎本 大助

2018年入社. オートモーティブコンポーネンツ事業本部 技術統轄部電子技術部第二開発室. 車載用アクチュエータの解析, 制御開発に従事.



見上 一憲

2015年入社. 技術本部 基盤技術研究所電子技術研究室 主任研究員. 車載用アクチュエータの制御ソフトウェア研究開発に従事



福士 翔

2017年入社. 技術本部 基盤技術研究所電子技術研究室 主任研究員. 車載用アクチュエータの制御ソフトウェア研究開発に従事.