

# 「制御システムにおける補償器」

「車載用電動アクチュエータの制御技術」(p. 8) に掲載

オートモーティブコンポーネンツ事業本部 技術統轄部 電子技術部 第二開発室 松本 大輔

## 1 補償器とは

### 1.1 補償器の役割

制御システムの応答(制御出力)を望ましいものにするための操作量(制御入力)を生成する要素を補償器<sup>注1)</sup>と呼びます。

注1) 「制御器」とも呼ばれることがありますが、本報では「補償器」と呼びます。

例として、自動車に推進力 $u$ (制御入力)を加えて、その速度 $v$ (制御出力)が一定の目標速度 $v_r$ (目標値)となるように制御することを考えます(図1)。自動車には、空力や路面の摩擦力、坂道での重力による力などの外乱 $d$ が作用します。ここでは、外乱 $d$ はほぼ一定と仮定します。

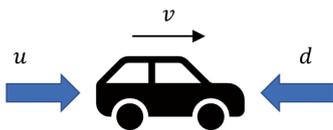


図1 自動車の速度制御

そこで、図2の制御システムを構成します。

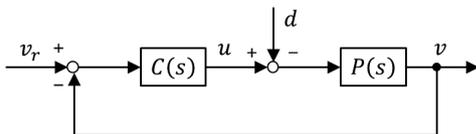


図2 自動車の速度制御システム(その1)

ただし、

$P(s)$ : 制御対象の伝達関数(自動車に作用する力 $u-d$ から速度 $v$ までの伝達関数)

$C(s)$ : 補償器の伝達関数

$s$ : ラプラス演算子(または微分演算子)

図1の制御システムでは、自動車の速度 $v$ は次の式で表されます。

$$v = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} v_r - \frac{P(s)}{1+C(s)P(s)} d \quad (1)$$

時間が経過すると( $s \rightarrow 0$ )、自動車の速度 $v$ は次の式で表されます。

$$\begin{aligned} v &= \frac{C(0)P(0)}{1+C(0)P(0)} v_r - \frac{P(0)}{1+C(0)P(0)} d \\ &= \frac{1}{\frac{1}{C(0)P(0)} + 1} v_r - \frac{\frac{1}{C(0)}}{\frac{1}{C(0)P(0)} + 1} d \end{aligned} \quad (2)$$

$C(0)$ が十分に大きくなるように補償器 $C(s)$ を設計すれば、(2)式中の $1/C(0)$ はほぼ0となり、自動車の速度 $v$ はほぼ $v=v_r$ となります。このように補償器 $C(s)$ を設計することにより、「速度を目標速度にする」という制御目的の一つを実現することができます。制御目的の背景には、経済性、安全性、快適性など広範囲の要求があります。これらの要求を満足するための補償器の役割については第3章で説明します。

### 1.2 補償器の種類と制御システムの特性の例

代表的な補償器には、比例、微分、積分、位相進み、位相遅れなどがあります。これらの詳細については割愛します。

前節の「速度を目標速度にする」という制御目的の一つを実現するためには、比例+積分の補償器であれば十分です。ただし、制御対象の伝達関数が次の式で表されるものとします。

$$P(s) = \frac{1}{Ms} \quad (3)$$

$M$ は自動車の質量[kg]を表します。(4)式は、制御入力 $u$ が遅れることなく自動車に作用するという理想的な自動車であることを表しています。比例+積

分の補償器の伝達関数は次の式で表されます。

$$C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_p s + K_I}{s} \quad (4)$$

ただし、 $K_p$ 、 $K_I$ はそれぞれ比例ゲイン、積分ゲインを表します。(1)式に(3)、(4)式を代入すると、自動車の速度 $v$ は次の式で表されます。

$$\begin{aligned} v &= \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} v_r - \frac{P(s)}{1+C(s)P(s)} d \\ &= \frac{\frac{K_p}{M} s + \frac{K_I}{M}}{s^2 + \frac{K_p}{M} s + \frac{K_I}{M}} v_r - \frac{\frac{1}{M} s}{s^2 + \frac{K_p}{M} s + \frac{K_I}{M}} d \\ &= \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} v_r - \frac{\frac{1}{M} s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} d \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$\omega_n = \sqrt{K_I/M}, \quad \zeta = K_p \sqrt{1/(K_I M)}/2$$

$0 < \omega_n$ 、 $0 < \zeta$ となるように $K_p$ 、 $K_I$ を設定すれば制御システムは安定となります。また、時間が経過すると( $s \rightarrow 0$ )、 $v = v_r$ が成立することがわかります。

### 1.3 補償器の構成方法

補償器の構成方法には、アナログ式とデジタル式があります。アナログ式では、抵抗やコンデンサ、オペアンプなどの要素を使用して補償器が構成されます。前節の例では、アナログ式の補償器による制御を仮定しています。アナログ式の補償器の伝達関数は、ラプラス演算子 $s$ (または微分演算子)を用いて表されます。一方、デジタル式では、論理回路やデジタルコンピュータを使用して構成されます。デジタル式では、複雑な補償器をソフトウェアで構成でき、パラメータの変更が容易であるという利点があります。マイコンの性能が向上した現在では、車載用アクチュエータなどの制御にはデジタル式の補償器が多く採用されております。デジタル式の補償器の伝達関数は、 $z$ 演算子や $\delta$ 演算子などを用いて表されます。

## 2 安定化補償器のパラメータ表示

安定化補償器のパラメータ表示は、1970年代にユーラ (Youla) らによって提案<sup>1)</sup>されたので、ユーラパラメトリゼーション (Youla parametrization) とも呼ばれております。1990年代にかけてロバスト制御理論の研究が盛んになり、ユーラパラメトリゼーションを実際の制御に応用できるように解説した成書<sup>2)</sup>が数多く発表されました。安定化補償器の

パラメータ表示に基づく補償器の設計は、1.2節で取り上げた比例、積分などの補償器のように、“補償器の形ありき”で補償器を設計するのではなく、制御対象のモデルと制御システムの望ましい特性から“補償器のあるべき形”を表します。このため、制御対象が複雑である場合でも望ましい制御システムの特性を満足する補償器を見つけることが可能です。ただし、ある程度正確な制御対象のモデル(伝達関数などの数学モデル)が必要となります。また、制御対象の特性によっては実現できる制御システムの特性が制約される場合があります。なお、1.2節の比例+積分の補償器も安定化補償器のパラメータ表示から導くことができます。

## 3 2自由度制御システム

第1章の制御システムでは、「速度を目標速度にする」という制御目的以外に、例えば、「①加速時の燃料(電気自動車の場合は電力)消費を小さくしたい(経済性)」、「②搭乗者が感じる加速、減速時の衝撃を小さくしたい(快適性)」、また、「③坂道での速度の変化を小さくしたい(安全性)」という要求からくる制御目的も考えられます。①、②は主に目標値応答性に関連する要求、③は外乱抑制性に関連する要求です。1.1節の(1)式に注目すると、補償器 $C(s)$ によって目標値応答性(右辺の第1項)と外乱抑制性(右辺の第2項)の両方が決定づけられることがわかります。このため、上記の①、②の要求と③の要求を同時に満足することが難しい場合があります。そこで、図3の制御システムを考えます。

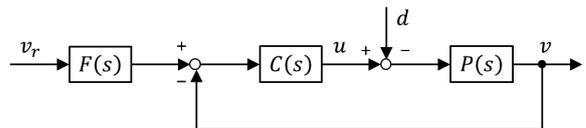


図3 自動車の速度制御システム(その2)

図3の制御システムでは、自動車の速度 $v$ は次の式で表されます。

$$v = \frac{F(s)C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} v_r - \frac{P(s)}{1+C(s)P(s)} d \quad (6)$$

補償器 $F(s)$ を追加することにより、目標値応答性(右辺の第1項)と外乱抑制性(右辺の第2項)を個別に設定することができます。つまり設計の自由度が2となりました。このことから図3の制御システムは2自由度制御システムと呼ばれます。

参 考 文 献

- 1) DC. Youla, Hamid A. Jabr and J.J. Bongiorno Jr: Modern Wiener-Hopf Design of Optimal Controllers - Part II: The Multivariable Case, IEE Trans. Auto Control, AC-21, No. 3, pp. 319-338, (1976).
- 2) 前田, 杉江: アドバンスド制御のためのシステム制御理論, 朝倉書店, (1990).